


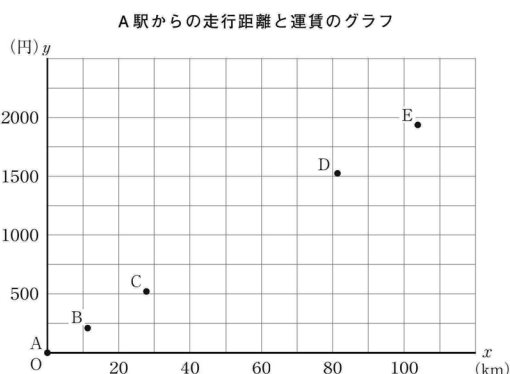
数学 8 日常的な事象における問題について、関数関係に着目し構想を立て解決すること（新しい駅）

- 8 A 駅の近くに住んでいる歩夢さんは、C 駅と D 駅の間にあるスタジアムによく行きます。
- 
- 歩夢さんは、スタジアムの近くに新しい駅をつくる計画があることを知り、A 駅から新しい駅までの運賃がいくらになるのか気になりました。そこで、A 駅からの走行距離と運賃をインターネットで調べ、次のような表にまとめました。

調べた結果

	A 駅	B 駅	C 駅	D 駅	E 駅
A 駅からの走行距離 (km)	0.0	11.4	27.7	81.9	104.6
A 駅からの運賃 (円)	0	210	510	1520	1930

歩夢さんは、上の調べた結果を見て、A 駅からの走行距離と運賃にはどのような関係があるかわかりにくく感じました。そこで、調べた結果をもとに、A 駅からの走行距離を x km、A 駅からの運賃を y 円とし、コンピュータを使って下のようなグラフに表しました。このグラフの点 A から点 E までの各点の x 座標と y 座標は、それぞれ A 駅から E 駅までの各駅の A 駅からの走行距離と運賃を表しています。



次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

- (1) 歩夢さんは、前ページの A 駅からの走行距離と運賃のグラフを見て、C 駅と D 駅間の走行距離は、他の駅と駅の間と比べて長いと思いました。
- C 駅と D 駅間の走行距離は、A 駅からの走行距離と運賃のグラフの何を読み取ればわかりますか。下のアからエまでのの中から正しいものを 1 つ選びなさい。
- ア 点 D の x 座標と原点の x 座標の差
- イ 点 D の x 座標と点 C の x 座標の差
- ウ 点 D の y 座標と原点の y 座標の差
- エ 点 D の y 座標と点 C の y 座標の差

- (2) 歩夢さんがさらに調べると、新しい駅は A 駅から 60.0 km の地点につくられることがわかりました。そこで、A 駅から新しい駅までの運賃がおおよそ何円になるかを予測することにしました。
- A 駅から新しい駅までの運賃を予測するために、前ページの A 駅からの走行距離と運賃のグラフにおいて、原点にある点 A から点 E までの点が一直線上にあると考えることにしました。
- このとき、A 駅から新しい駅までの運賃はおおよそ何円になるかを求める方法を説明しなさい。ただし、実際に運賃がおおよそ何円になるかを求める必要はありません。

1. 出題の趣旨

事象の中にある関数関係を見だし考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。

- ・ 数学的に表現したことを事象に即して解釈すること
- ・ 事象の特徴を的確に捉えること
- ・ 問題解決の方法を数学的に説明すること

日常生活や社会の事象を考察する場面では、事象を理想化したり単純化したりすることによって、事象の中から取り出した二つの数量の関係を既習の関数とみなし、問題を解決することが求められる場合がある。その際、問題解決の方法を数学的に説明できることが大切である。

本問では、A 駅から各駅までの走行距離と運賃の関係について調べ、調べた結果を基に A 駅から新しい駅までの運賃がおおよそ何円になるのかを予測する場面を取り上げた。この場面において、A 駅からの走行距離と運賃のグラフから、C 駅と D 駅間の走行距離を読み取る状況を設けた。また、走行距離と運賃の関係をグラフに表した際の点の並びが一直線上にあると考えることで、その関係を比例とみなし、新しい駅の運賃を求める方法を説明する文脈を設定した。

設問(1)

趣旨

事象に即して、グラフから必要な情報を読み取ることができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第1学年〕 C 関数

(1) 比例、反比例について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ウ) 座標の意味を理解すること。

1. 解答類型と反応率

問題番号	解 答 類 型		反応率 (%)	正答	
8	(1)	1	ア と解答しているもの。(点Dの x 座標と原点の x 座標の差)	6.6	
		2	イ と解答しているもの。(点Dの x 座標と点Cの x 座標の差)	72.2	◎
		3	ウ と解答しているもの。(点Dの y 座標と原点の y 座標の差)	10.3	
		4	エ と解答しているもの。(点Dの y 座標と点Cの y 座標の差)	8.6	
		99	上記以外の解答	0.0	
		0	無解答	2.2	

2. 分析結果と課題

- 正答率は 72.2% であり、事象に即して、グラフから必要な情報を読み取ることができている。
- 解答類型 1、3、4 の反応率の合計は 25.5% であり、C 駅と D 駅の間 の 走行距離は、点 D の x 座標と点 C の x 座標の差に表れることを捉えることができなかつたと考えられる。

3. 学習指導に当たって

○ 与えられた表やグラフから、必要な情報を適切に読み取ることができるようにする

表やグラフと具体的な事象を対応させ、表やグラフから読み取ったことが具体的な事象では何を表しているかを捉える活動を取り入れることが考えられる。その際、与えられた表やグラフから、必要な情報を適切に読み取れるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、**A 駅からの走行距離と運賃のグラフ**において、点Cと点Dが隣り合う2点の中で最も離れていることから、それが具体的な事象においてどのようなことを表しているかについて、話し合う活動を取り入れることが考えられる。例えば、

「C 駅とD 駅間の走行距離は、他の駅と駅の間に比べて長い」といったことを基にして、C 駅とD 駅間の走行距離は、グラフにおいてどの部分を読み取ればよいかについて考える場面を設定することが考えられる。その際、下の**図1**と**図2**（本設問の選択肢イとエ）のうちのどちらに着目すればよいかを考える活動を取り入れ、 x 軸がA 駅からの走行距離、 y 軸がA 駅からの運賃を表していることを基に、**図1**のグラフの太線部分（●—●）に着目すればよいことを捉えられるようにすることが大切である。その上で、**調べた結果**から点Cと点Dの座標を確認し、点Dの x 座標と点Cの x 座標の差がC 駅とD 駅間の走行距離を表していることを捉えられるようにすることが考えられる。さらに、他の駅と駅間の走行距離は何を読み取ればよいかを考えたり、**図2**のグラフの太線部分が何を表しているかを読み取ったりする場面を設定することも考えられる。

図1

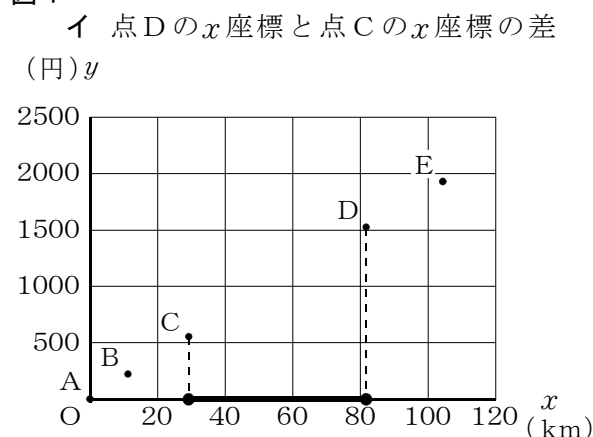
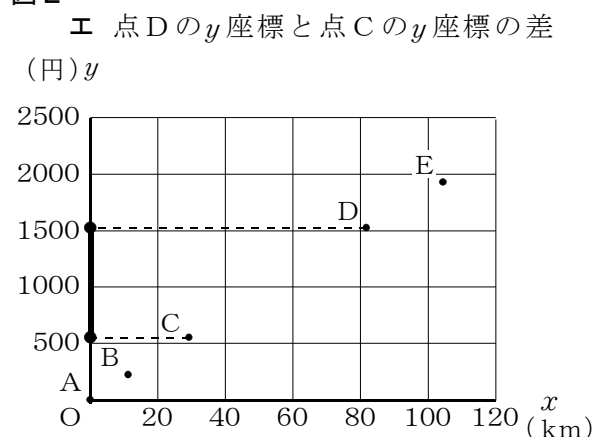


図2



設問(2)

趣旨

事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第1学年〕 C 関数

(1) 比例、反比例について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(イ) 比例、反比例を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること。

1. 解答類型と反応率

問題番号	解答類型	反応率 (%)	正答	
8	(2) (正答の条件) 次のことについて記述しているもの。 <グラフを用いることについて記述している場合> 次の(a)、(b)について記述している。 (a) 直線のグラフをかいて利用すること。 (b) x 座標が 60 のときの y 座標を読むこと。 <式を用いることについて記述している場合> 次の(c)、(d)について記述している。 (c) 比例の式又は一次関数の式を求めて利用すること。 (d) $x = 60$ を代入して、 y の値を求めること。 <表や数値を用いることについて記述している場合> 次の(e)、(f)について記述している。 (e) 表や数値を用いて割合を求めて利用すること。 (f) A 駅からの走行距離が 60.0 km になるときの運賃を算出すること。 ~~~~~ (正答例) ・ 点Aから点Eをもとに、直線のグラフをかき、 x 座標が 60 のときの y 座標を読む。(解答類型 1) ・ 対応する x と y の値をもとに、 x と y の関係を比例の式で表し、その式に $x = 60$ を代入し、 y の値を求める。(解答類型 6) ・ 表の数値を用いて比例定数を調べ、その比例定数でA駅からの走行距離が 60.0 km になるときの運賃を計算する。(解答類型10)			
	1	(a)、(b)について文で記述しているもの。 又は、実際にグラフをかき、 x 座標が 60 のときの y 座標を読むことについて記述しているもの。	15.3	◎
	2	(a)について「直線」についての記述が十分でなかったり、(b)について「 $x = 60$ 」の記述がなかったりするが、グラフを用いることとその使い方について記述しているもの。 (正答例) ・ 2つの点を結んで、 $x = 60$ のときの y の値を読む。 ・ 点Aから点Eをもとに、直線のグラフをかき、 y 座標を読む。	2.4	○
	3	(a)のみを記述しているもの。(a)について「直線」についての記述が十分でないものを含む。	9.5	
	4	(b)のみを記述しているもの。(b)について「 $x = 60$ 」の記述がないものを含む。	1.1	
	5	グラフを用いることについて記述しているが、(a)、(b)について記述していないもの。	3.5	
	6	(c)、(d)について文で記述しているもの。 又は、実際に比例の式又は一次関数の式を求めて、 $x = 60$ を代入して y の値を求めることについて記述しているもの。	3.9	◎

7	(c)について「比例」又は「一次関数」についての記述がなかったり、(d)について「 $x = 60$ 」の記述がなかったりするが、式を用いることとその用い方について記述しているもの。 (正答例) ・ 式で表し、 $x = 60$ を代入して y の値を求める。 ・ 対応する x と y の値をもとに、 x と y の関係を比例の式で表し、 x にA駅からの走行距離を代入して y の値を求める。	0.7	○
8	(c)のみを記述しているもの。(c)について「比例」又は「一次関数」についての記述がないものを含む。	1.1	
9	(d)のみを記述しているもの。(d)について「 $x = 60$ 」の記述がないものを含む。	0.0	
10	(e)、(f)について文で記述しているもの。 又は、実際に表や数値から割合について調べて、A駅からの走行距離が60.0 kmになるときの運賃を求めることについて記述しているもの。	11.6	◎
11	(e)について「割合」についての記述が十分でなかったり、(f)について求める運賃の記述が十分でなかったりするが、表や数値を用いることとその用い方について記述しているもの。 (正答例) ・ 表の数値を用いて、A駅からの走行距離が60.0 kmになるときの運賃を求める。 ・ 1 kmあたりに約18.4円増加することを用いて、運賃を計算する。	4.7	○
12	(e)のみを記述しているもの。(e)について「割合」についての記述が十分でないものを含む。	1.5	
13	(f)のみを記述しているもの。(f)について求める運賃の記述が十分でないものを含む。	5.7	
99	上記以外の解答	4.5	
0	無解答	34.5	
	正答率	38.7	

2. 分析結果と課題

- 解答類型3の具体的な例としては、以下のようなものがある。

(例)

- ・ 直線をひいてグラフを読み取る。
- ・ 点Aと点Eを直線で結ぶ。

このように記述した生徒は、直線のグラフを用いることは記述しているが、その使い方として、走行距離が60.0 kmの運賃を求めるために、座標平面上で x 座標が60のときの y 座標を読み取ることを明示して説明することができなかつたと考えられる。

- 平成25年度【中学校】数学B $\boxed{3}$ (2) (正答率32.6%)、平成29年度【中学校】数学B $\boxed{3}$ (2) (正答率19.1%)、令和3年度【中学校】数学 $\boxed{7}$ (2) (正答率28.2%) 及び令和4年度【中学校】数学 $\boxed{8}$ (2) (正答率39.0%) で類題を出題している。「平成25年度【中学校】報告書」、「平成29年度【中学校】報告書」、「令和3年度【中学校】報告書」及び「令和4年度【中学校】報告書」において、「事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明すること」に課題があると分析している。これに関連して本設問では、「A駅から60.0 km地点につくられる新しい駅の運賃がおよそ何円になるかを求める方法を説明する」問題を出題した(正答率38.7%)。今回の結果から、事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明することに引き続き課題があると考えられる。

3. 学習指導に当たって

○ 問題解決のために数学を活用する方法を考え、説明できるようにする

様々な問題を数学を用いて解決できるようにするために、問題解決の見通しを立てる場面や、問題解決の過程や結果を振り返る場面において、数学を活用する方法を考え、説明できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、原点にある点Aから点Eまでのすべての点がほぼ一直線上に並んでいることから、二つの数量の関係を比例と仮定して考えられるようにすることが大切である。その上で、A駅から新しい駅までの運賃がおよそ何円になるかを求める方法について、表、式、グラフをどのように用いればよいかを説明する活動を取り入れることが考えられる。このとき、例えば、次のような説明ができるようにすることが大切である。

<表を用いる場合>

表の数値を用いて比例定数を調べ、その比例定数でA駅からの走行距離が60.0 kmになるときの運賃を計算する。

<式を用いる場合>

対応する x と y の値をもとに、 x と y の関係を比例の式で表し、その式に $x = 60$ を代入し、 y の値を求める。

<グラフを用いる場合>

点Aから点Eをもとに、直線のグラフをかき、 x 座標が60のときの y 座標を読む。

このような説明ができるようにするためには、問題解決の見通しを立てる場面において自分の考えた解決の方法を表現したり、問題解決を振り返る場面においてどのような方法で解決したのかをまとめたりすることが大切である。その際、表現が不十分な説明を取り上げるなどして、より洗練された表現に高めていく活動を取り入れることが考えられる。

本問全体の学習指導に当たって

○ 日常生活や社会の事象における問題の解決に関数を活用できるようにする

日常生活や社会の事象における問題において、その事象を理想化したり単純化したりして関数関係を見だし、関数を活用して解決できるように指導することが大切である。

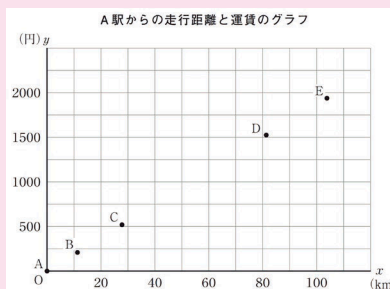
本問を使って授業を行う際には、「A駅から新しい駅までの運賃がおよそ何円になるか」を求めるために、伴って変わる二つの数量として「A駅からの走行距離」と「A駅からの運賃」に着目し、それらの関係を捉える場面を設定することが大切である。具体的には、調べた結果やA駅からの走行距離と運賃のグラフを基に、それらの関係を見いだす活動を取り入れることが考えられる。その際、表の数値を用いて求めた割合が一定であると考えたり、座標平面上に表された点が原点を通る一直線上にあると考えたりするなど、理想化したり単純化したりすることで、二つの数量の関係を比例と仮定して問題を解決できるようにすることが大切である。さらに、問題解決の過程を振り返り、日常生活や社会の事象における数量の関係を比例と仮定して問題解決することのよさなどを話し合う活動を取り入れることが考えられる。

このような活動を通して、日常生活や社会の事象の中の関数関係に着目し、問題を解決できるようにすることや、関数を活用することのよさを実感できるようにすることが大切である。

「新しい駅までの運賃がおよそ何円になるか予測しよう」
 ～関数を活用して問題を解決し、その過程を振り返ること～

A 駅から 60 km の地点に新しい駅がつくられるそうです。
 調べた結果の表や A 駅からの走行距離を x km、A 駅からの運賃を y 円としてつくった A 駅からの走行距離と運賃のグラフを基に A 駅から新しい駅までの運賃がおよそ何円になるのかを予測しましょう。

調べた結果		A 駅	B 駅	C 駅	D 駅	E 駅
A 駅からの走行距離 (km)		0.0	11.4	27.7	81.9	104.6
A 駅からの運賃 (円)		0	210	510	1520	1930



1. 伴って変わる二つの数量の関係を捉える。



調べた結果や A 駅からの走行距離と運賃のグラフからどのようなことがわかりますか。



原点である点 A から点 E までの 5 つの点はほぼ一直線上に並んでいるように見えます。

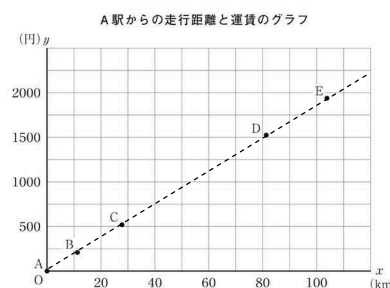


グラフが原点を通る直線になりそうなので、比例と仮定して考えられそうです。



点 A から点 E までの 5 つの点はきれいに一直線上に並んでいないのに、比例の関係を使っていいのかな。

比例の関係を使えば運賃が予測できそうだから、ここでは比例と仮定して考えてみよう。



2. 新しい駅までの運賃の求め方を話し合う。



A 駅からの走行距離と運賃の関係を比例と仮定すると、新しい駅までの運賃が求められそうですね。では、どうすれば運賃が求められるでしょうか。見通しを話し合ってみましょう。

ポイント

比例なら、表、式、グラフのどれかを用いれば運賃が求められそう。

直線のグラフをかいて y 座標を読んでも、予測できそう。



表の数値から 1 km あたりの運賃を求めれば、予測できそうだね。

式をつくることができれば、 $x = 60$ を代入して計算できそうだね。



どのような方法で解決できそうか、話し合った内容を基に、見通しをノートに整理してから、実際に運賃を求めてみましょう。

3. 立てた見通しを基に解決した結果を共有する。



みなさんのノートモニターに映します。はじめに立てた見通しを基に、どのように運賃を求めたのか説明してください。

〈表を用いる場合〉



表のB駅の対応する値を使って、1 kmあたりの運賃を求めました。それを60倍したら1104円になりました。

見通し

表の数値から1 kmあたりの運賃を求める。新しい駅はA駅から60 km地点につくられるので、「(1 kmあたりの運賃) × 60」を計算すればよい。

B駅の数値を使って
 $210 \div 11.4 = 18.4\cancel{2} \dots$
 1 kmあたり18.4円と考えて
 $18.4 \times 60 = 1104$
 新しい駅までの運賃は1104円

私はD駅の数値を使いました。すると1116円になりました。答えは1104円と違ったけど近い値だね。



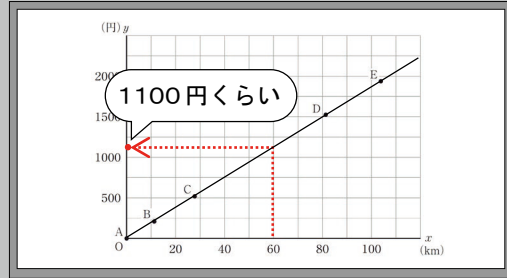
〈グラフを用いる場合〉



比例のグラフを基にy座標を読むと、運賃はおよその値になりますが1100円くらいでした。

見通し

原点である点Aから点Eまでの5つの点の近くを通るように直線をかいてから、y座標を読めばよい。



グラフをどう読み取って1100円になったのかな。

x座標が60のときのy座標を読み取ったよ。



x座標が60のときを読み取ることを説明に加えると分かりやすくなりますね。

グラフを読むと、細かい計算をせずに一目で確認できるね。

〈式を用いる場合〉



点Dの座標がだいたい(80, 1500)だから、その値を基に式をつくりました。

見通し

対応するxとyの値を基にして式をつくり、その式にx=60を代入してyの値を求める。

x=80、y=1500を基に式をつくと、
 $y = 18.75x$ になる。
 x=60を代入して
 $y = 1125$
 よって1125円



18.75はどのように求めたのかな。

$y = ax$ にx=80とy=1500を代入して求めたよ。



比例と仮定したことが分かるように「 $y = ax$ 」にx=80とy=1500を代入して式をつくったことが書き加えられるといいですね。

4. 問題解決の方法をまとめる。



はじめに立てた見通しを参考に、この問題の解決の方法をまとめましょう。

ポイント

〈表を用いる場合〉



見通しの内容に少し付け加えて解決の方法をまとめよう。あと、新たに分かったことを加えておこう。

問題解決の方法のまとめ

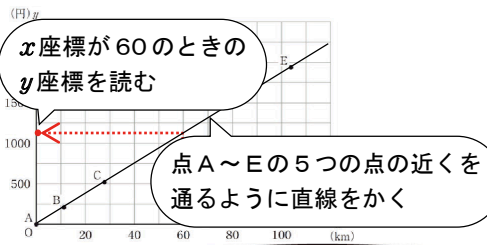
表の数値から(運賃)÷(走行距離)をして、1 kmあたりの運賃を求める。新しい駅はA駅から60 km地点につくられるので、「(1 kmあたりの運賃)×60」を計算すればよい。
どの駅の値を使ってもOK!!
およその値でもOK!

〈グラフを用いる場合〉



グラフを使ったほうが分かりやすいから、グラフに吹き出しを付けてまとめよう。どうやって直線をかいたかの説明も書いておこう。

問題解決の方法のまとめ



〈式を用いる場合〉



見通しを参考にして改めて方法を整理しよう。比例の関係があることを説明しないと式の形が分からないから、見通しにそれを加筆しよう。

問題解決の方法のまとめ

対応する x と y の値を $y = ax$ に代入して比例の式をつくり、その式に $x = 60$ を代入して y の値を求める。

5. まとめた問題解決の方法を共有し、本時の学習を振り返る。



みなさんがまとめた問題解決の方法を共有しましょう。その上で、気付いたことや大切だと思ったことを話し合しましょう。

ポイント



相手に伝わる説明となるように、表・式・グラフをどのように用いたかが分かるようにまとめることが大切だと思いました。



解決の方法を数学の用語や記号を正しく使って示すことが大切だと思いました。



問題解決の方法をきちんとまとめておくと、今後同じような問題に出会ったときにも役立ちそうです。

本授業アイデア例 活用のポイント!

- 表、式、グラフをどのように用いればよいかなど、問題解決の見通しがもてるようにすることが大切である。
- 問題解決の方法をまとめたり、共有したりすることを通して、今後の問題解決に活用できるようにすることが大切である。