数学 7　データの傾向を読み取り、批判的に考察し判断すること（黄葉日）

7　イチョウの木の大部分の葉が黄色に変わった最初の日を黄葉日（こうようび）といいます。一花さんと啓太さんは、黄葉日が以前と比べるとだんだん遅くなってきている傾向にあることをニュースで知り、二人が住む地域も同じ傾向にあるのかが気になりました。そこで、二人が住む地域の黄葉日を調べたところ、1961年から2020年までの60年分の記録がありました。

二人は、黄葉日の傾向を調べるために、各年の黄葉日を9月30日からの経過日数で表すことにしました。このとき、経過日数は10月1日が1日となり、10月31日は31日、11月1日は32日となります。

そして、二人は次のような表にまとめました。

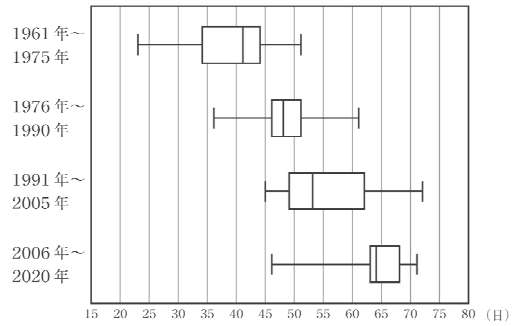
各年の黄葉日

年	黄葉日	経過日数(日)
1961	10月23日	23
1962	11月10日	41
1963	11月10日	41
1964	11月13日	44
1965	11月12日	43
⋮	⋮	⋮
2019	12月10日	71
2020	12月　4日	65

二人は、上の表を見て、経過日数が年によって大きくなったり小さくなったりしていることに気づきました。そこで、60年分の経過日数を何年かごとのまとまりで分けて箱ひげ図で表し、それぞれの分布の傾向を比較することにしました。

次のページの**黄葉日までの経過日数の分布**は、15年ごとのまとまりとして1961年～1975年、1976年～1990年、1991年～2005年、2006年～2020年の4つに分けてまとめたものです。

黄葉日までの経過日数の分布



	経過日数(日)				
	最小値	第1四分位数	中央値	第3四分位数	最大値
1961年～1975年	23	34	41	44	51
1976年～1990年	36	46	48	51	61
1991年～2005年	45	49	53	62	72
2006年～2020年	46	63	64	68	71

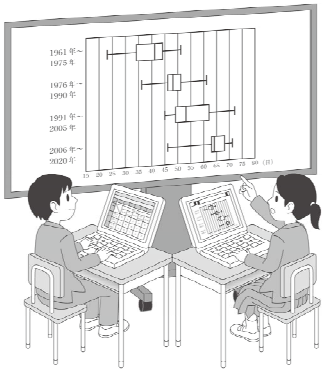
次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1)　1961年～1975年の四分位範囲を求めなさい。

(2)　二人は、前ページの箱ひげ図を見て、話し合っています。

一花さん「4つの箱ひげ図を見ると、黄葉日はだんだん遅くなっている傾向がありそうだね。」
啓太さん「でも、1991年～2005年と2006年～2020年の箱ひげ図は、右端と左端が同じくらいの位置にあるよ。遅くなっているといえるのかな。」
一花さん「確かに箱ひげ図の右端と左端についてはそうだけど、箱に着目すれば、2006年～2020年の黄葉日は、1991年～2005年の黄葉日より遅くなっている傾向にあるといえるのではないかな。」

前ページの箱ひげ図を見ると、一花さんのように「2006年～2020年の黄葉日は、1991年～2005年の黄葉日より遅くなっている傾向にある」と主張することができます。そのように主張することができる理由を、1991年～2005年と2006年～2020年の2つの箱ひげ図の箱に着目して説明しなさい。



出題の趣旨

不確定な事象についてデータに基づいて考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。
・表やグラフなどを活用して、数学的に処理すること
・事象を数学的に解釈し、その根拠を数学的な表現を用いて説明すること
・数学的に表現したことを事象に即して解釈すること

日常生活や社会の事象を考察する場面では、表やグラフなどからデータの傾向を適切に読み取り、批判的に考察し判断することが求められる場合がある。その際、判断の理由を数学的に説明することが大切である。

本問では、イチョウの黄葉日が遅くなってきている傾向にあるかを調べるために、調べた黄葉日のデータを表や箱ひげ図に整理して分析し、それらから黄葉日の傾向を捉える場面を設定した。この場面において、**黄葉日までの経過日数の分布**から四分位範囲を読み取る状況を設けた。さらに、**黄葉日までの経過日数の分布**の箱ひげ図から、箱ひげ図の箱に着目して「2006年～2020年の黄葉日は、1991年～2005年の黄葉日より遅くなっている傾向にある」ことを捉える文脈を設定した。

設問(1)

趣旨

四分位範囲の意味を理解しているかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第２学年〕　D　データの活用

(1)　データの分布について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア　次のような知識及び技能を身に付けること。

（ア）四分位範囲や箱ひげ図の必要性と意味を理解すること。

１．解答類型と反応率

問題番号			解　　答　　類　　型	反応率（%）	正答
7	(1)	1	10　　と解答しているもの。	65.7	◎
		2	34から44　　と解答しているもの。	2.2	
		3	28　　と解答しているもの。	9.6	
		4	23から51　　と解答しているもの。	0.8	
		99	上記以外の解答	16.2	
		0	無解答	5.5	

２．分析結果と課題

○　正答率は 65.7% であり、四分位範囲の意味の理解に課題がある。

○　解答類型３の中には、四分位範囲をデータの最大値と最小値の差である範囲と混同した生徒がいると考えられる。

○　解答類型99の中には、「41」という解答がみられた。これは、1961年～1975年の中央値を解答した生徒がいると考えられる。

３．学習指導に当たって

○　四分位範囲の必要性と意味について理解できるようにする

複数の集団のデータの分布に着目し、その傾向を比較して読み取る活動を通して、四分位範囲の必要性と意味を理解できるように指導することが大切である。その際、四分位範囲は、第３四分位数と第１四分位数の差で求められ、全てのデータのうち中央値を中心とする約半数のデータの散らばりの度合いを表す指標であることを確認することが大切である。また、極端にかけ離れた値が一つでもあると、最大値や最小値が大きく変化し、範囲はその影響を受けやすいが、四分位範囲はその影響をほとんど受けないという性質を確認することも大切である。

本設問を使って授業を行う際には、単純に四分位範囲を求めるだけでなく、四分位範囲が小さいほどデータの中央値のまわりの散らばりの程度が小さいことを確認することも考えられる。

設問（２）

趣旨

複数の集団のデータの分布の傾向を比較して捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第２学年〕　D　データの活用

(1)　データの分布について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

イ　次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

（ア）四分位範囲や箱ひげ図を用いてデータの分布の傾向を比較して読み取り、批判的に考察し判断すること。

1．解答類型と反応率

問題番号		解答類型		反応率(%)	正答
7	(2)	(正答の条件) 次の(a)、(b)、(c)のいずれかと、(d)について記述しているもの。 (a) 1991年～2005年の箱ひげ図の箱よりも2006年～2020年の箱ひげ図の箱の方が右側にあること。 (b) 1991年～2005年の第1四分位数よりも2006年～2020年の第1四分位数の方が大きく、1991年～2005年の第3四分位数よりも2006年～2020年の第3四分位数の方が大きいこと。 (c) 1991年～2005年の第3四分位数よりも2006年～2020年の第1四分位数の方が大きいこと。 (d) 2006年～2020年の黄葉日は、1991年～2005年の黄葉日より遅くなっている傾向にあること。 (正答例) ・ 1991年～2005年の箱ひげ図の箱よりも2006年～2020年の箱ひげ図の箱の方が右側にある。したがって、2006年～2020年の黄葉日は、1991年～2005年の黄葉日より遅くなっている傾向にある。(解答類型1) ・ 1991年～2005年の第1四分位数よりも2006年～2020年の第1四分位数の方が大きく、1991年～2005年の第3四分位数よりも2006年～2020年の第3四分位数の方が大きい。したがって、2006年～2020年の黄葉日は、1991年～2005年の黄葉日より遅くなっている傾向にある。(解答類型3) ・ 1991年～2005年の第3四分位数よりも2006年～2020年の第1四分位数の方が大きい。したがって、2006年～2020年の黄葉日は、1991年～2005年の黄葉日より遅くなっている傾向にある。(解答類型5)		
		1	(a)、(d)について記述しているもの。	12.7	◎
		2	(a)のみを記述しているもの。 (正答例) ・ 1991年～2005年の箱ひげ図の箱よりも2006年～2020年の箱ひげ図の箱の方が右側にあるから。 ・ 2006年～2020年の箱ひげ図の箱よりも1991年～2005年の箱ひげ図の箱の方が左側にあるから。	11.5	○
		3	(b)、(d)について記述しているもの。	4.4	◎
		4	(b)のみを記述しているもの。 (正答例) ・ 1991年～2005年の第1四分位数よりも2006年～2020年の第1四分位数の方が大きく、1991年～2005年の第3四分位数よりも2006年～2020年の第3四分位数の方が大きいから。	3.4	○

		5	(c)、(d)について記述しているもの。	1.1	◎
		6	(c)のみを記述しているもの。 （正答例） ・　1991年～2005年の第３四分位数よりも2006年～2020年の第１四分位数の方が大きいから。	0.9	○
		7	(a)、(b)について、箱ひげ図の箱に着目しているが、位置が異なることについての記述が十分でなかったり、２つの箱ひげ図を比較する記述がなかったりするもの。((d) についての記述がないものを含む。)	1.7	
		8	箱ひげ図の箱やひげの横の長さについて記述しているもの。 ((d) についての記述がないものを含む。)	10.1	
		9	上記以外で、箱ひげ図から読み取れることを記述しているもの。 ((d) についての記述がないものを含む。)	14.3	
		10	箱ひげ図の読み取りを誤って記述しているもの。	1.6	
		99	上記以外の解答	15.8	
		0	無解答	22.5	
			正答率	33.9	

２．分析結果と課題

○　正答率は 33.9% であり、複数の集団のデータの分布の傾向を比較して捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することに課題がある。

○　解答類型８の具体的な例としては、以下のようなものがある。

（例）
・　1991年～2005年の箱の長さよりも2006年～2020年の箱の長さの方が短く、データが集まっているから。

このように記述した生徒は、箱ひげ図の位置に着目せず、データの散らばり具合に着目して黄葉日が遅いことを説明しようとしていたと考えられる。

○　解答類型９の具体的な例としては、以下のようなものがある。

（例）
・　1991年～2005年の最小値よりも2006年～2020年の最小値の方が大きいから。

このように記述した生徒は、箱ひげ図の箱に着目せず、最小値に着目して黄葉日が遅いことを説明しようとしていたと考えられる。

○　解答類型99の具体的な例としては、以下のようなものがある。

（例）
- 1991 年～ 2005 年の黄葉日が終わるころに 2006 年～ 2020 年の黄葉日が始まっているから。

- 1991 年～ 2005 年の方がスタートが早く、 2006 年～ 2020 年の方は後からスタートしているから。

このように記述した生徒は、箱ひげ図から分布の傾向を視覚的に捉えようとしているが、数学的な表現を用いて説明することができなかったと考えられる。

３．学習指導に当たって

○　データの分布の傾向を比較して読み取り、判断の理由を数学的な表現を用いて説明できるようにする

データの分布の傾向を読み取って判断し、その理由を数学的な表現を用いて的確に説明することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、「1961 年から 2020 年までの記録を 15 年ごとの四つのまとまりとして分けて比較したとき、黄葉日はだんだん遅くなっている傾向にある」と判断できる理由について、箱ひげ図を比較することで検討し、数学的な表現を用いて説明する場面を設定することが考えられる。その際、「1991 年～ 2005 年の箱ひげ図の箱よりも 2006 年～ 2020 年の箱ひげ図の箱の方が右側にあるから」、「1991 年～ 2005 年の第３四分位数よりも 2006 年～ 2020 年の第１四分位数の方が大きいから」などのように、判断の根拠を箱の位置や四分位数などを用いて説明できるようにすることが大切である。また、複数の箱ひげ図を比較した際に箱の位置が右側にあるほど、黄葉日が遅くなっている傾向にあると捉えられるようにすることも大切である。

本問全体の学習指導に当たって

○　目的に応じてデータを収集して分析し、その傾向を読み取って批判的に考察し判断することを通して、統計的に問題解決することができるようにする

日常生活や社会の事象を題材とした問題などを取り上げ、統計的に問題解決することができるように指導することが大切である。その際、問題を解決するために計画を立て、必要なデータを収集して分析し、データの分布の傾向を捉え、その結果を基に批判的に考察し判断するという一連の活動を充実させることが大切である。

例えば、自分たちが住む地域の黄葉日の傾向を調べるため、過去 60 年分の記録をまとめたデータをインターネットなどを利用して収集し、分析する場面を設定することが考えられる。具体的には、黄葉日が以前と比べてどのような傾向にあるのかを調べるために折れ線グラフに表したり、 15 年ごとの四つのまとまりに分けて箱ひげ図に表したりする場面を設定することが考えられる。

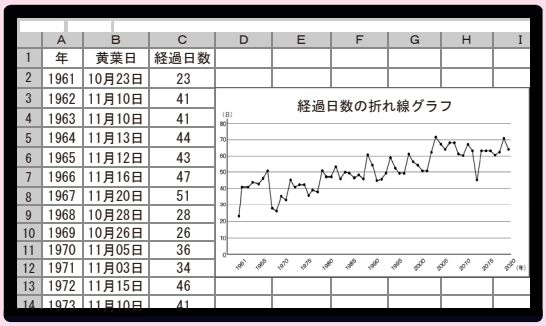
その上で、年代が進むにつれて箱の位置がどのように変わっているかに着目して、黄葉日が遅くなっている傾向にあると主張できる根拠について話し合う活動を取り入れることも考えられる。その際、箱ひげ図から読み取ったデータの特徴を根拠としてよいかどうかを考えるなど、批判的に考察できるように指導することが大切である。

なお、インターネットなどの情報通信ネットワークを活用してデータを収集する場合は、二次的なデータが多くなると考えられるので、誰がどのようにして調べた結果であるのかなど、その信頼性についても批判的に考察する必要がある。

授業アイディア例

「黄葉日の傾向を読み取り説明しよう」
～データの分布の傾向を読み取り、批判的に考察し判断する～

自分たちの住む地域の黄葉日が遅くなっているかどうかを知るために、前の時間には、自分たちが住む地域の黄葉日を調べ、各年の黄葉日を９月30日からの経過日数で表すことにしました。経過日数を折れ線グラフで表したところ、黄葉日が遅くなっている傾向にありそうですが、経過日数が年によって大きくなったり小さくなったりしていることから、1961年から2020年までの60年分の記録を15年ごとの四つのまとまりに分けて箱ひげ図で表し、それぞれの分布の傾向を比較することにしました。

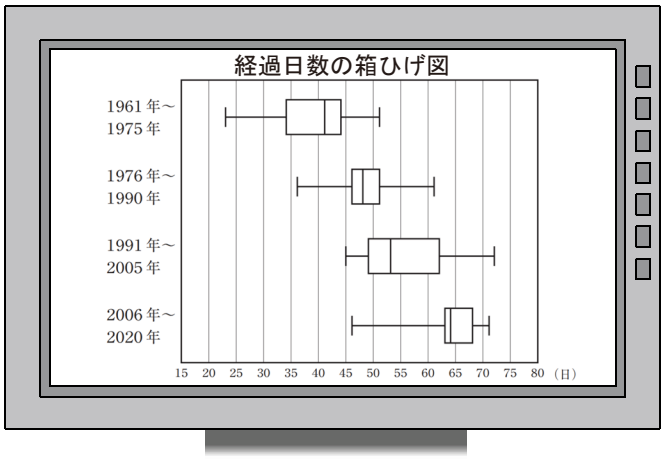


	A	B	C
1	年	黄葉日	経過日数
2	1961	10月23日	23
3	1962	11月10日	41
4	1963	11月10日	41
5	1964	11月13日	44
6	1965	11月12日	43
7	1966	11月16日	47
8	1967	11月20日	51
9	1968	10月28日	28
10	1969	10月26日	26
11	1970	11月05日	36
12	1971	11月03日	34
13	1972	11月15日	46
14	1973	11月10日	41

1．作った箱ひげ図を基に分布の傾向について話し合う。

教師

前の時間では、自分たちが住む地域の黄葉日について1961年から2020年までの60年分の記録を調べて15年ごとの4つのまとまりに分けて箱ひげ図で表しました。箱ひげ図からどのようなことが分かりますか。



箱の長さが短いところと長いところがあるね。

ひげの長さも含めた長さは同じくらいだね。

中央値を比べると右側にずれていっているね。

中央値だけでなく、箱ひげ図全体も右にずれていっているようにみえるね。

今あがった箱ひげ図の特徴のうち、黄葉日が遅くなっていることの根拠になりそうなものはあるでしょうか。

ポイント

箱ひげ図の長さは根拠になるのかな。

箱ひげ図の長さからはデータの散らばり具合は分かるけど、黄葉日が遅いことをいうには箱ひげ図の位置が大切なのではないかな。

横軸に着目すると、右に行けば行くほど経過日数が大きいことを表しているね。

1961年～1975年から順に箱ひげ図の位置が右にずれていっているようにみえるから、黄葉日は遅くなっている傾向にあるといえそうだね。

2．箱ひげ図の箱に着目して、「2006年～2020年の黄葉日は、1991年～2005年の黄葉日より遅くなっている傾向にある」ことを説明する。

1991 年～ 2005 年と 2006 年～ 2020 年の箱ひげ図は、右端と左端が同じくらいの位置にありますよ。本当に黄葉日が遅くなっているといえるのでしょうか。

本当だ。1991 年～ 2005 年と 2006 年～ 2020 年だと黄葉日は同じくらいかもしれないね。

２つの箱ひげ図は右端と左端が同じくらいの位置だけど、箱ひげ図の箱は、2006 年～ 2020 年の方が右側にあるよね。箱をみると、黄葉日が遅くなっているといえるのではないかな。

どうして箱に着目すると黄葉日が遅くなっているといえるのでしょうか。 ポイント

箱ひげ図の箱の中には中央値を中心とした全体の約半数のデータが含まれているよ。

2006 年～ 2020 年の箱は、1991 年～ 2005 年の箱より完全に右側にあることが根拠になりそうだね。

箱が完全に右側にあるということは、中央値を中心とした全体の約半数以上のデータが全て遅くなっているということだね。

箱が完全に右側にあるということは、1991 年～ 2005 年の第３四分位数よりも 2006 年～ 2020 年の第１四分位数の方が大きいことから読み取れるね。

それでは、「2006 年～ 2020 年の黄葉日は、1991 年～ 2005 年の黄葉日より遅くなっている傾向にある。」といえる理由を書いてみましょう。

〔理由を書いた生徒の端末〕

2006 年～ 2020 年の黄葉日は 1991 年～ 2005 年の黄葉日よりも遅くなっている傾向にあるといえる。なぜなら、1991 年～ 2005 年の箱ひげ図の箱よりも 2006 年～ 2020 年の箱ひげ図の箱の方が右側にあり、箱の中には中央値を中心とした全体の約半数のデータが含まれているからである。

1991 年～ 2005 年の第３四分位数よりも 2006 年～ 2020 年の第１四分位数の方が大きいことが読み取れる。1991 年～ 2005 年について第３四分位数以下のデータは全体の約４分の３、2006 年～ 2020 年について第１四分位数以上のデータは全体の約４分の３である。よって、2006 年～ 2020 年の黄葉日は 1991 年～ 2005 年の黄葉日よりも遅くなっている傾向にあるといえる。

箱ひげ図から読み取ったデータの特徴を基に黄葉日が遅くなっているかどうかを説明することができましたね。その際、箱ひげ図から読み取ったデータの特徴が根拠としてよいかどうかを確認することも大切ですね。

本授業アイディア例　活用のポイント！

- データを収集して分析し、それを基に分布の傾向を読み取り、批判的に考察し判断するとともに、その理由について説明し合う場面を設定することが考えられる。その際、自分が判断した事柄とその根拠について、数学的な表現を用いて説明できるようにすることが大切である。
- 箱ひげ図の箱で示された区間には、全データのうち中央値を中心とする約半数のデータが含まれていることから、箱の位置と事象とを関連付けて捉え、統計的に問題解決することができるようにすることが大切である。