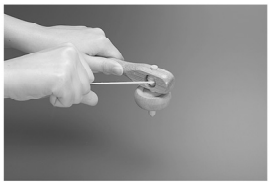
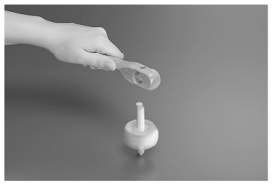
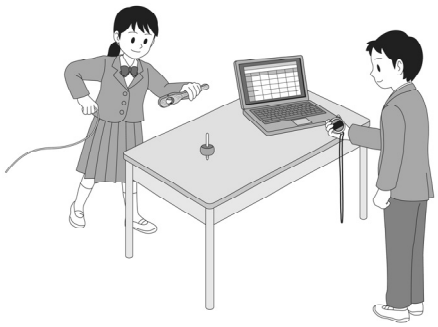
数学7　データの傾向を読み取り、批判的に考察し判断すること（コマ回し）

7　学級でコマ回し大会をします。この大会では，次の図のようなひもを引いて回すコマを使って一人１回コマを回し，最も長い時間コマを回した人を優勝とします。

大地さんと葉月さんは，コマＡとコマＢのうち，どちらのコマを使うかを検討することにしました。



次の（１），（２）の各問いに答えなさい。

（１）二人は，どちらのコマがより長い時間回りそうかを調べるために，２つのコマを20回ずつ回し，それぞれのコマが回った時間のデータを集めました。そして，それぞれのデータについてヒストグラムをつくり，それらを比較して考えることにしました。

図１　コマＡが回った時間

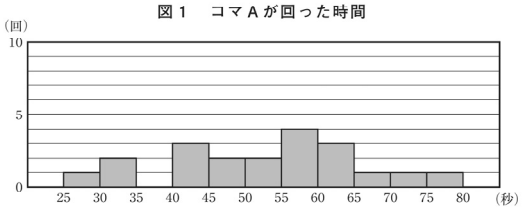


図２　コマＢが回った時間

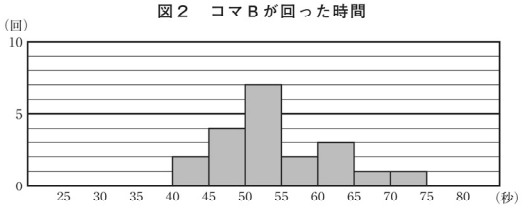


図１，図２のヒストグラムの特徴をもとに，より長い時間回りそうなコマを選ぶとすると，あなたならどちらのコマを選びますか。下の**ア**，**イ**の中からどちらか一方のコマを選びなさい。また，そのコマを選んだ理由を，２つのヒストグラムの特徴を比較して説明しなさい。どちらのコマを選んで説明してもかまいません。

ア　コマＡ

イ　コマＢ

（２）大地さんはコマＡを，葉月さんはコマＢを選びました。コマを回す練習をしていた葉月さんは，コマを回す高さによって回る時間に違いがあるのではないかと考えました。そこで，次の図のように，１cmの高さを低位置，10cmの高さを中位置，20cmの高さを高位置として，それぞれの位置から20回ずつコマＢを回し，コマＢが回った時間のデータを位置ごとに集めました。そして，それぞれのデータの散らばりの程度を比較するために箱ひげ図をつくりました。

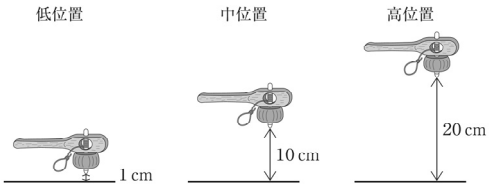
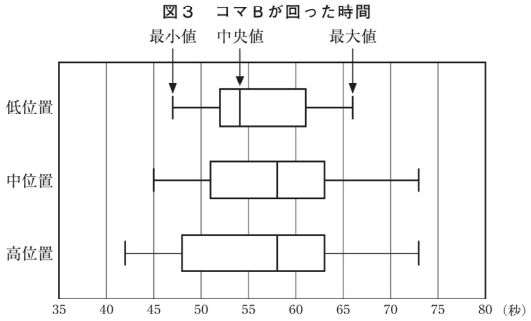


図３　コマＢが回った時間



葉月さんは，前ページの**図３**の箱ひげ図を比較して考えています。最大値と中央値は，低位置よりも中位置，高位置の方が大きいことから，葉月さんは低位置よりも中位置，高位置の方がより長い時間回ると判断しました。

次に，中位置と高位置の箱ひげ図を比較すると，箱が示す区間は高位置よりも中位置の方が短いことがわかりました。

このとき，箱が示す区間にふくまれているデータの個数と散らばりの程度について正しく述べたものを，下の**ア**から**エ**までの中から１つ選びなさい。

ア　データの個数は中央値を中心とする全体の約半数であり，データの散らばりの程度は，高位置よりも中位置の方が小さい。

イ　データの個数は中央値を中心とする全体の約半数であり，データの散らばりの程度は，高位置よりも中位置の方が大きい。

ウ　データの個数は高位置よりも中位置の方が少なく，データの散らばりの程度は，高位置よりも中位置の方が小さい。

エ　データの個数は高位置よりも中位置の方が少なく，データの散らばりの程度は，高位置よりも中位置の方が大きい。

出題の趣旨

データに基づいて不確定な事象を考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。
・解決の過程や結果を批判的に考察し判断すること
・事象を数学的に解釈し、その根拠を数学的な表現を用いて説明すること
・数学的に表現したことを事象に即して解釈すること

日常生活や社会の事象を考察する場面では、データやグラフなどを適切に読み取り、データの傾向を捉え、批判的に考察し判断することが求められる場合がある。その際、判断の理由を数学的に説明することが大切である。

本問では、コマ回し大会でどちらのコマを使うかを判断するために、それぞれのコマについて、調べたことをヒストグラムや箱ひげ図などに整理して分析し、データの傾向を捉える場面を取り上げた。この場面において、**コマＡが回った時間**と**コマＢが回った時間**のヒストグラムからそれぞれの分布の様子を読み取った上で、コマ回し大会ではどちらのコマを使うかを説明する状況を設けた。さらに、どの高さからコマを回すとより長い時間回るのかについて考える際に、低位置、中位置、高位置で回して得られたデータを用いて作った箱ひげ図を並べてみることで、それらのデータの散らばり具合を把握し、複数のデータの分布を比較する文脈を設定した。

設問（１）

趣旨

データの傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第１学年〕　Ｄ　データの活用

(1)　データの分布について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

イ　次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

（ア）目的に応じてデータを収集して分析し、そのデータの分布の傾向を読み取り、批判的に考察し判断すること。

7

1．解答類型と反応率

問題番号		解　　答　　類　　型	反応率（%）	正答
7	(1)	（正答の条件） 二つのヒストグラムを比較して、次のことについて記述しているもの。 ＜**ア**を選択した場合＞ 次の(a)、(b)、(c)のいずれかについて記述している。 (a) コマＡの 55 秒以上（又は 60 秒以上、又は 65 秒以上、又は 70 秒以上、又は 75 秒以上）の各階級の度数の合計が大きいこと。又は、コマＢの 55 秒以上（又は 60 秒以上、又は 65 秒以上、又は 70 秒以上、又は 75 秒以上）の各階級の度数の合計が小さいこと。 (b) コマＡの 55 秒未満（又は 60 秒未満、又は 65 秒未満、又は 70 秒未満、又は 75 秒未満）の各階級の度数の合計（累積度数）が小さいこと。又は、コマＢの 55 秒未満（又は 60 秒未満、又は 65 秒未満、又は 70 秒未満、又は 75 秒未満）の各階級の度数の合計（累積度数）が大きいこと。 (c) コマＡの最大値が大きいこと。又は、コマＢの最大値が小さいこと。 ＜**イ**を選択した場合＞ 次の(d)、(e)、(f)のいずれかについて記述している。 (d) コマＢの 50 秒以上（又は 45 秒以上、又は 40 秒以上）の各階級の度数の合計が大きいこと。又は、コマＡの 50 秒以上（又は 45 秒以上、又は 40 秒以上、又は 35 秒以上、又は 30 秒以上）の各階級の度数の合計が小さいこと。 (e) コマＢの 50 秒未満（又は 45 秒未満）の各階級の度数の合計（累積度数）が小さいこと。又は、コマＡの 50 秒未満（又は 45 秒未満、又は 40 秒未満、又は 35 秒未満、又は 30 秒未満）の各階級の度数の合計（累積度数）が大きいこと。 (f) コマＢの最小値が大きいこと。又は、コマＡの最小値が小さいこと。 （正答例） ・ コマＡの回った時間の方がコマＢの回った時間より 55 秒以上の階級の度数の合計が大きいので、コマＡの方がより長い時間回りそうなコマである。だから、コマ回し大会ではコマＡを選ぶ。（解答類型１） ・ コマＡの回った時間の方がコマＢの回った時間より 55 秒未満の階級の度数の合計が小さいので、コマＡの方がより長い時間回りそうなコマである。だから、コマ回し大会ではコマＡを選ぶ。（解答類型３） ・ コマＡの回った時間の方がコマＢの回った時間より最大値を含む階級の中央の値が大きいので、コマＡの方がより長い時間回りそうなコマである。だから、コマ回し大会ではコマＡを選ぶ。（解答類型５）		

		・　コマＢの回った時間の方がコマＡの回った時間より 50 秒以上の階級の度数の合計が大きいので、コマＢの方がより長い時間回りそうなコマである。だから、コマ回し大会ではコマＢを選ぶ。（解答類型13） ・　コマＢの回った時間の方がコマＡの回った時間より 50 秒未満の階級の度数の合計が小さいので、コマＢの方がより長い時間回りそうなコマである。だから、コマ回し大会ではコマＢを選ぶ。（解答類型15） ・　コマＢの回った時間の方がコマＡの回った時間より最小値を含む階級の中央の値が大きいので、コマＢの方がより長い時間回りそうなコマである。だから、コマ回し大会ではコマＢを選ぶ。（解答類型17）			
1	アを選択	(a)について記述しているもの。 （結論はなくてもよい。以下同様。）	6.1	◎
2		二つのヒストグラムを比較する記述が十分でなく、(a)について記述しているもの。 （正答例） ・　コマＡの回った時間は、55 秒以上の階級の度数の合計が大きいから。	0.4	○
3		(b)について記述しているもの。	0.0	◎
4		二つのヒストグラムを比較する記述が十分でなく、(b)について記述しているもの。 （正答例） ・　コマＡの回った時間は、55 秒未満の階級の度数の合計が小さいから。	0.0	○
5		(c)について記述しているもの。	6.9	◎
6		二つのヒストグラムを比較する記述が十分でなく、(c)について記述しているもの。 （正答例） ・　コマＡの回った時間の最大値が大きいから。	0.2	○
7		上記１～６以外で、二つのヒストグラムを比較して、コマＡを選ぶ理由を正しく述べているもの。	2.0	◎
8		上記７について、二つのヒストグラムを比較する記述が十分でなく、コマＡを選ぶ理由を述べているもの。	0.0	○
9		上記１～８以外で、ヒストグラムから読み取れることを記述しているもの。	6.9	
10		ヒストグラムについての読み取りを誤って記述しているもの。	0.9	
11		上記以外の解答	5.3	
12		無解答	2.0	

7

		13	イを選択	(d)について記述しているもの。	8.5	◎
		14		二つのヒストグラムを比較する記述が十分でなく、(d)について記述しているもの。 （正答例） ・ コマＢの回った時間は、50秒以上の階級の度数の合計が大きいから。	0.3	○
		15		(e)について記述しているもの。	8.8	◎
		16		二つのヒストグラムを比較する記述が十分でなく、(e)について記述しているもの。 （正答例） ・ コマＢの回った時間は、50秒未満の階級の度数の合計が小さいから。	0.4	○
		17		(f)について記述しているもの。	8.9	◎
		18		二つのヒストグラムを比較する記述が十分でなく、(f)について記述しているもの。 （正答例） ・ コマＢの回った時間の最小値が大きいから。	0.1	○
		19		上記13～18以外で、二つのヒストグラムを比較して、コマＢを選ぶ理由を正しく述べているもの。	1.7	◎
		20		上記19について、二つのヒストグラムを比較する記述が十分でなく、コマＢを選ぶ理由を述べているもの。	0.0	○
		21		上記13～20以外で、ヒストグラムから読み取れることを記述しているもの。	30.7	
		22		ヒストグラムについての読み取りを誤って記述しているもの。	1.8	
		23		上記以外の解答	4.1	
		24		無解答	2.7	
		99		上記以外の解答	0.1	
		0		無解答	1.4	
				正答率	44.2	

２．分析結果と課題

○　解答類型21の具体的な例としては、以下のようなものがある。

（例）
- コマＢは安定しているから。
- コマＢは散らばりが少ないから。

このように記述した生徒は、ヒストグラムから読み取れることとして、散らばりのみに着目し記述したと考えられる。

○　平成24年度【中学校】数学Ｂ3(2)（正答率47.1％）で類題を出題している。「平成24年度【中学校】報告書」において、「資料の傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することに課題がある」と分析している。これに関して本設問では、「コマ回し大会で使用するコマをヒストグラムの特徴を基に選び、選んだ理由を説明すること」をみる問題を出題した（正答率44.2％）。今回の結果から、データの傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することに、引き続き課題がある。

３．学習指導に当たって

○　データの分布の傾向を読み取り、判断の理由を数学的な表現を用いて説明できるようにする

データの分布の傾向を読み取って判断し、その理由を数学的な表現を用いて的確に説明することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、コマＡとコマＢのどちらのコマがより長く回りそうかを話し合う場面を取り入れることが考えられる。その際、**図１**、**図２**の二つのヒストグラムの特徴を比較して、それぞれの分布の様子を読み取った上で、コマを選ぶ根拠を、最大値、最小値、範囲、累積度数などといった指標を用いて記述できるようにすることが大切である。

例えば、コマＡを選ぶことの根拠として「最大値が大きいから」といった生徒の表現を取り上げ、最大値はそれぞれのヒストグラムをどのようにみることで分かるのかということについて確認する場面を設定することが大切である。また、最大値以外にも判断の根拠となることがあるかどうかについて取り上げ、55秒以上の階級の度数の合計や、度数が最も大きい階級など、ヒストグラムから読み取れることを確認し、コマＡを選ぶ根拠について吟味することも大切である。

また、コマＢを選ぶことの根拠として、「安定しているから」といった生徒の表現を取り上げ、そのことについてヒストグラムを基に話し合う場面を設定することが大切である。その際、**図２**のヒストグラムから、範囲が小さいことを捉え、安定しているとしたことを確認することが考えられる。さらに、範囲の大小だけでなく、「コマＢとコマＡのヒストグラムを比べると、コマＢは40秒から75秒の間にデータが集まっていて、コマＡには25秒から35秒のデータがあるから、コマＢを選ぶ。」や、「コマＢの方が範囲が小さく、最小値が大きいから、コマＢを選ぶ。」など多面的に吟味し、判断することも大切である。

7

設問（2）

趣旨

箱ひげ図から分布の特徴を読み取ることができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第２学年〕　D　データの活用

(1)　データの分布について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア　次のような知識及び技能を身に付けること。

（ア）四分位範囲や箱ひげ図の必要性と意味を理解すること。

１．解答類型と反応率

問題番号		解答類型		反応率（%）	正答
7	(2)	1	**ア**　と解答しているもの。	44.4	◎
		2	**イ**　と解答しているもの。	8.8	
		3	**ウ**　と解答しているもの。	38.9	
		4	**エ**　と解答しているもの。	7.1	
		99	上記以外の解答	0.0	
		0	無解答	0.7	

２．分析結果と課題

○　正答率は 44.4% であり、箱ひげ図から分布の特徴を読み取ることに課題がある。

○　解答類型３の中には、箱の中のデータの個数は全体の約半数ではなく、箱の横の長さが短い方が、箱の中に含まれるデータの個数が少ないと捉えた生徒がいると考えられる。

３．学習指導に当たって

○　四分位範囲や箱ひげ図の必要性と意味を理解できるようにする

複数の集団のデータの分布に着目し、その傾向を比較して読み取る活動を通して、四分位範囲や箱ひげ図の必要性と意味を理解できるように指導することが大切である。その際、箱ひげ図は複数のデータの分布を比較するときに、視覚的に比較がしやすい統計的な表現であることを確認することが大切である。

箱ひげ図の箱で示された区間には、全データのうち中央値を中心とする約半数のデータが含まれることや、箱ひげ図の箱で示された区間の長さを四分位範囲ということ、極端にかけ離れた値が一つでもあると、最大値や最小値が大きく変化し、範囲はその影響を受けやすいが、四分位範囲はその影響をほとんど受けないという性質を理解できるようにすることが大切である。その際、箱ひげ図とドットプロットを並べて示し、データの傾向と散らばりについて確認することも考えられる。

本設問を使って授業を行う際には、箱ひげ図には、20回分のデータが含まれていることや、箱ひげ図の箱やひげの長さによらず、最小値から第１四分位数、第１四分位数から第２四分位数（中央値）、第２四分位数から第３四分位数、第３四分位数から最大値の四つの区間には５回ずつのデータが含まれていることを確認することが大切である。その上で、低位置、中位置、高位置のどの位置から回すとより長い時間回るのかを箱ひげ図をもとに説明し、伝え合う活動を取り入れることが考えられる。その際、箱のできる位置や四分位範囲、中央値、最大値、最小値などに着目して考察することが大切である。

なお、箱ひげ図では、分布の形など失われる情報もあるため、必要に応じて箱ひげ図とヒストグラムを関連付けて用いることが大切である。

本問全体の学習指導に当たって

○　目的に応じてデータを収集して処理し、その傾向を読み取って批判的に考察し判断することを通して、統計的に問題解決することができるようにする

日常生活や社会の事象を題材とした問題などを取り上げ、統計的に問題解決することができるように指導することが大切である。その際、問題を解決するために計画を立て、必要なデータを収集して処理し、データの分布の傾向を捉え、その結果を基に批判的に考察し判断するという一連の活動を充実させることが大切である。

例えば、本問のように、コマ回し大会で使うコマを選ぶため、二つのコマのうち、より長い時間回りそうなコマを選ぶという場面において、二つのコマＡとコマＢが回った時間のデータを収集し、それらを整理して代表値を求めたり、ヒストグラムに表して分布の傾向を読み取ったりするなどして、二つのコマの特徴について話し合う場面を設定することが考えられる。さらに、コマを回す高さによって回る時間に違いがあることから、箱ひげ図を用いてコマＢの低位置、中位置、高位置におけるそれぞれのデータの分布の傾向を比較して読み取り、各位置でのコマが回る時間の傾向について考察する活動を取り入れることも考えられる。その際、データの収集の仕方は適切か、データの傾向を読み取る上でどの代表値が根拠としてふさわしいか、分析した結果から得られる結論が妥当かなど、批判的に考察できるよう指導することが大切である。

授業アイディア例

コマが回る時間の傾向を捉えて説明しよう
～データの分布の傾向を読み取り、批判的に考察し判断する～

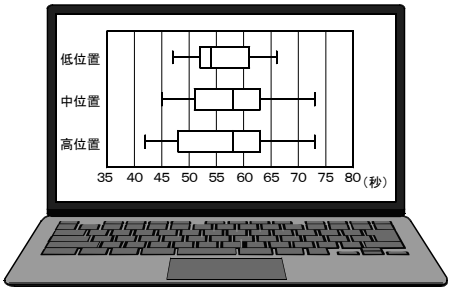
前の時間には、コマが回った時間のデータのヒストグラムを見て、２つのコマのうち１つを選びました。その後、コマを回す高さによって回る時間に違いがあるのではないかと考え、コマを回す高さを低位置、中位置、高位置として、それぞれの位置から 20 回ずつコマを回してデータを集めました。本時は、収集したデータを整理して傾向を調べ、どの位置からコマを回すとより長く回るか判断し、その理由を説明してみましょう。

1．集めたデータを基に、箱ひげ図を作成する。

前の時間にとった、低位置、中位置、高位置のデータがあります。
データの特徴を調べるために、どのように整理しますか。

データの散らばり具合を見てみたいな。

３つのデータがあるから、
箱ひげ図をつくってみよう。

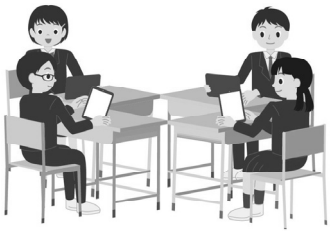


2．作った箱ひげ図から低位置、中位置、高位置のデータの特徴を基に話し合う。

作った箱ひげ図から、どのようなことが分かりますか。

低位置は、他と比べて
中央値が小さいよ。

低位置は、第３四分位数や
最大値も小さいよ。あまり
長い時間回らないのかな。



低位置で回すと、中位置や
高位置で回すときより、コマが
回る時間は安定しそうだね。

箱の横の長さは低位置が
一番短くて、高位置が
一番長くなっているね。

それぞれの位置における箱ひげ図について、箱の部分をみたときに、
データの散らばり具合はどうなっているでしょうか。

箱の横の長さをみれば、データの
散らばり具合が分かるね。
箱の中に入っているデータの
個数も気になるね。

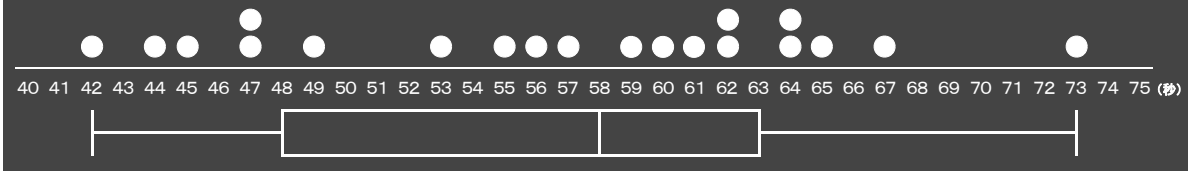
箱の横の長さは高位置が一番
長いので、散らばり具合が
大きいし、箱に含まれる
データの個数も一番多いと思うよ。

ということは、低位置、中位置、高位置の箱の中に含まれるデータの個数は、
箱の横の長さによって違うということでよいでしょうか。

データの個数と箱ひげ図の
横の長さの関係をうまく確認する
方法はないかな。

箱ひげ図とドットプロットを
並べたものを見てみようよ。

高位置の箱ひげ図とドットプロット



高位置のデータの個数は 20 で、箱ひげ図の４つの区間には、５個ずつデータが入っていることがドットプロットとあわせることで確認できるね。だから、箱の中に含まれるデータの個数は 10 で、すべてのデータの半分だよ。

箱の横の長さが長いからといって、箱の中にデータが多く含まれるということではないんだね。

3．コマをどの位置から回すとより長く回るか判断し、その理由を説明する。

コマを低位置、中位置、高位置のどの高さで回すとより長い時間回りそうですか。データの特徴を基にして、説明してみましょう。 ポイント

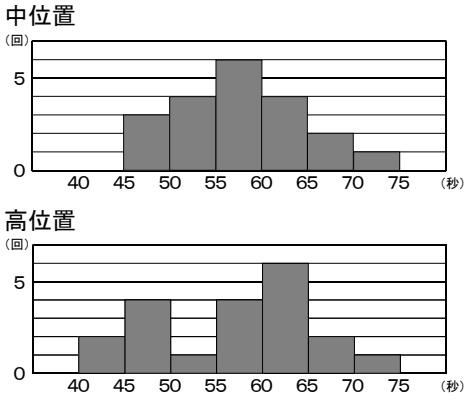
箱ひげ図を見ると、最大値と中央値は、低位置よりも中位置や高位置の方が大きいので、中位置か高位置がより長い時間回りそうです。
中位置と高位置の、中央値と最大値は同じなので迷っています。

中位置の方が、最小値や第１四分位数が高位置よりも大きいから、中位置の方が長く回りそうかな。

中位置と高位置では、箱ひげ図が中央値より右側の部分が同じような形をしていると思ったので、もっと詳しく調べてみたいな。

中位置と高位置のヒストグラムをつくってみるといいのではないかな。

２つのヒストグラムをみると、度数が最も大きい階級は、高位置の方が右の方にあることが分かります。だから、高位置の方がよさそうです。



今日は、コマをどの高さから回せばより長い時間回りそうかについて判断しました。その際、箱ひげ図やヒストグラムから読み取ったデータの特徴を根拠にして説明することができましたね。

本授業アイディア例　活用のポイント！

- 収集したデータを整理して、それを基に分布の傾向を読み取り、批判的に考察し判断するとともに、その理由について説明し合う場面を設定することが考えられる。その際、自分が判断した事柄とその根拠を、データの分布の特徴に基づき説明できるようにすることが大切である。
- 箱ひげ図は分布の形など失われる情報もあることから、必要に応じてヒストグラムなどと合わせて、データの分布の特徴について考察する場面を設定することも考えられる。