数学1　素因数分解

1　42を素因数分解しなさい。

出題の趣旨

事象を数や式を用いて考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。
・事象の特徴を的確に捉えること
・自然数を素数の積で表すこと

事象を数や式を用いて考察する場面では、数を和や積に表すなどして数量の関係を捉え、事象の特徴を読み取り、説明することが大切である。

本問は、自然数を素数の積で表すことができるかどうかをみる問題である。素因数分解をすることは、数に関する性質を説明する際に必要であることから出題した。

■学習指導要領における領域・内容

〔第１学年〕　A　数と式

(1)　正の数と負の数について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア　次のような知識及び技能を身に付けること。

（ア）正の数と負の数の必要性と意味を理解すること。

（イ）正の数と負の数の四則計算をすること。

（ウ）具体的な場面で正の数と負の数を用いて表したり処理したりすること。

イ　次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

（ア）算数で学習した数の四則計算と関連付けて、正の数と負の数の四則計算の方法を考察し表現すること。

（イ）正の数と負の数を具体的な場面で活用すること。

［内容の取り扱い］

(1)　内容の「A数と式」の(1)に関連して、自然数を素数の積として表すことを取り扱うものとする。

１．解答類型と反応率

問題番号		解答類型		反応率(%)	正答
1		1	２×３×７　　と解答しているもの。（かけ算の順序は不問。以下同様。）	52.9	◎
		2	２×21　　と解答しているもの。	0.2	
		3	３×14　　と解答しているもの。	0.1	
		4	６×７　　と解答しているもの。	1.0	
		5	因数に１を含んでいるもの。	1.1	
		6	42をいくつかの数の和の式で表し解答したもの。	0.2	
		99	上記以外の解答	33.3	
		0	無解答	11.3	

２．分析結果と課題

○　正答率は 52.9％ であり、自然数を素因数分解することに課題がある。

○　解答類型99の中には、「２、３、７」という解答が見られた。これは、42の素因数を記述しているが、それらを積で表すといった素因数分解することの意味を理解していない生徒がいると考えられる。

また、「１、２、３、６、７、14、21、42」という解答がみられた。これは、42の約数を求めた生徒がいると考えられる。

３．学習指導に当たって

○　自然数を素数の積で表すことができるようにする

整数の性質について理解を深める場面において、整数を様々な視点から捉えることができるようにするために、自然数を素数の積で表すことが大切である。

本問を使って授業を行う際には、自然数42をその約数の積に表す活動を通して、表現された約数の積の中に素数の積があることを調べたり、素数の意味を確認したりする場面を設定することが考えられる。例えば、42をその約数｛１，２，３，６，７，14，21，42｝の積で表すと、２×３×７、２×21、３×14、６×７、１×42、１×２×３×７ など、様々な表し方がある。この中で、42を「１とその数自身以外は約数をもたない数」としての素数の積で表現したものは、２×３×７ である。この活動を振り返ることによって、自然数42を約数の積に表す場合には多様な式での表現があるが、素数の積の場合にはその表現はただ一通りであることを、具体的に知ることができる。

○　素因数分解することを通して、整数の性質についての理解を深めることができるようにする

自然数を素因数分解することを通して、整数に対する見方をさらに広げ、整数の性質についての理解を深めることができるようにすることが大切である。

例えば、小学校算数科では、８と12の公約数を考える場面において、８と12をそれぞれ割り切ることができる整数として、８の約数｛１，２，４，８｝と、12の約数｛１，２，３，４，６，12｝をあげ、これを基に８と12の公約数｛１，２，４｝を見付ける活動を行ってきている。一方、自然数を素数の積として表すことができるようになることで、８と12を素数の積 $8=2^3$、$12=2^2\times3$ と表し、共通な因数が｛１，２，2^2｝となることを見いだすことができる。これにより、８と12の公約数が｛１，２，４｝となることを確認することができるようになる。このように、自然数を素因数分解した式を基に、小学校算数科で学んだ約数や倍数の性質についての理解をさらに深めることができる。

さらに、素数の積に着目することは、「正の数の平方根」の学習において、例えば $\sqrt{50}$ を $\sqrt{5^2\times2}$ とみて $5\sqrt{2}$ とすることや、数の平方根を含む式の計算を工夫して行う上で大切である。また、中学校第２学年「文字を用いた式」の学習において、例えば「２つの奇数の和は偶数である」ことなど、数量の関係についての説明や、中学校第３学年「簡単な多項式」の学習における、多項式を幾つかの因数の積の形に表す因数分解にもつながる。