

## 平均正答数の推計値などの求め方について

児童生徒の母集団を  $U = \{1, 2, \dots, i, \dots, N\}$  とする。  $N$  は母集団の児童生徒数である。  $U$  を各都道府県(公立)・国立・私立の49個の層に分割し、第  $h$  層を  $U_h$  と表す。さらに層  $U_h$  内の学校を学級数によって3個の層に分割し、第  $j$  層を  $U_{hj}$  と表す。層  $U_{hj}$  内の第  $c$  学校(集落)の児童生徒を  $U_{hjc}$ 、学校数(集落数)を  $M_{hj}$  と表す。また、層  $U_{hj}$  内の抽出校の集合を  $S_{hj}$  とし、抽出校数を  $m_{hj}$  と表す。

$$U = \bigcup_{h=1}^{49} \bigcup_{j=1}^3 \bigcup_{c=1}^{M_{hj}} U_{hjc}$$

層  $U_{hj}$  内の第  $c$  学校の児童生徒数を  $N_{hjc}$  と表す。層  $U_h$  の児童生徒数を  $N_h$ 、層  $U_{hj}$  の児童生徒数を  $N_{hj}$  としたとき、それぞれ

$$N = \sum_{h=1}^{49} \sum_{j=1}^3 \sum_{c=1}^{M_{hj}} N_{hjc}, \quad N_h = \sum_{j=1}^3 \sum_{c=1}^{M_{hj}} N_{hjc}, \quad N_{hj} = \sum_{c=1}^{M_{hj}} N_{hjc}$$

となる。

### 【1. 児童生徒の推計用加重】

$$w_{hj} = \frac{\left( \frac{M_{hj}}{m_{hj}} \right) N_h}{\sum_{j=1}^3 \left( \frac{M_{hj}}{m_{hj}} \right) \sum_{c \in S_{hj}} N_{hjc}}$$

○  $w_{hj}$  : 層  $U_{hj}$  の児童生徒の加重

### 【2. 学校の平均正答数(母比率)】

$$\mu_{hjc,k} = \frac{\sum_{U_{hjc}} I_{\{i,k\}} y_{i,k}}{\sum_{U_{hjc}} I_{\{i,k\}}}$$

○  $\mu_{hjc,k}$  : 層  $U_{hj}$  の抽出校  $c$  における児童生徒の項目  $k$  の平均正答数(母比率)

○  $k$  : 調査教科科目。  $k \in \{\text{国語 A, 国語 B, 算数(数学)A, 算数(数学)B}\}$   
(児童生徒質問紙の各質問項目:  $k \in \{1, 2, \dots\}$ )

- $y_{i,k}$  : 児童生徒  $i$  の項目  $k$  の正答数  
(児童生徒質問紙の回答：特定の回答の場合=1、その他の場合=0)
- $I_{\{i,k\}}$  : 児童生徒  $i$  が項目  $k$  を調査当日に実施したかの指示関数  
(当日実施した場合=1、当日実施していない場合=0)

【3. 各都道府県（公立）・国立・私立の平均正答数（母比率）の推計値】

$$\hat{\mu}_{h,k} = \frac{\sum_{j=1}^3 w_{hj} \left( \sum_{c \in S_{hj}} \sum_{U_{hjc}} I_{\{i,k\}} y_{i,k} \right)}{\sum_{j=1}^3 w_{hj} \left( \sum_{c \in S_{hj}} \sum_{U_{hjc}} I_{\{i,k\}} \right)}$$

- $\hat{\mu}_{h,k}$  : 層  $U_h$  における児童生徒の項目  $k$  の平均正答数（母比率）の推計値

【4. 全国の平均正答数（母比率）の推計値】

$$\hat{\mu}_k = \frac{\sum_{h=1}^{49} \sum_{j=1}^3 w_{hj} \left( \sum_{c \in S_{hj}} \sum_{U_{hjc}} I_{\{i,k\}} y_{i,k} \right)}{\sum_{h=1}^{49} \sum_{j=1}^3 w_{hj} \left( \sum_{c \in S_{hj}} \sum_{U_{hjc}} I_{\{i,k\}} \right)}$$

- $\hat{\mu}_k$  : 全国における児童生徒の項目  $k$  の平均正答数（母比率）の推計値

【5. 各都道府県（公立）・国立・私立の平均正答数（母比率）の推計値の分散の推計値】

$$\hat{V}(\hat{\mu}_{h,k}) \approx \sum_{j=1}^3 \left( \frac{M_{hj}}{\hat{N}_{h,k}} \right)^2 \left( \frac{M_{hj} - m_{hj}}{M_{hj}} \right) \frac{\sum_{c \in S_{hj}} \left\{ (Y_{hjc,k} - N_{hjc,k} \hat{\mu}_{h,k}) - \frac{1}{m_{hj}} \sum_{c \in S_{hj}} (Y_{hjc,k} - N_{hjc,k} \hat{\mu}_{h,k}) \right\}^2}{m_{hj} (m_{hj} - 1)}$$

$$Y_{hjc,k} = \sum_{U_{hjc}} I_{\{i,k\}} y_{i,k}$$

$$N_{hjc,k} = \sum_{U_{hjc}} I_{\{i,k\}}$$

$$\hat{N}_{h,k} = \sum_{j=1}^3 \frac{M_{hj}}{m_{hj}} \left( \sum_{c \in S_{hj}} \sum_{U_{hjc}} I_{\{i,k\}} \right)$$

- $\hat{V}(\hat{\mu}_{h,k})$  : 層  $U_h$  における児童生徒の項目  $k$  の平均正答数（母比率）の推計値の分散の推計値
- $Y_{hjc,k}$  : 層  $U_{hj}$  の抽出校  $c$  において、調査当日に実施した児童生徒の項目  $k$  の正答（児童生徒質問紙の回答）の合計値
- $N_{hjc,k}$  : 層  $U_{hj}$  の抽出校  $c$  において、項目  $k$  を調査当日に実施した児童生徒の総数
- $\hat{N}_{h,k}$  : 層  $U_h$  において、悉皆調査の場合に項目  $k$  を調査当日に実施するであろう、児童生徒数の推計値

【6. 全国平均正答数（母比率）の推計値の分散の推計値】

$$\hat{V}(\hat{\mu}_k) \approx \sum_{h=1}^{49} \sum_{j=1}^3 M_{hj}^2 \left( \frac{M_{hj} - m_{hj}}{M_{hj}} \right) \frac{\sum_{c \in S_{hj}} \left\{ \sum_{U_{hjc}} z_{hjc,i,k} - \frac{1}{m_{hj}} \sum_{c \in S_{hj} U_{hjc}} z_{hjc,i,k} \right\}^2}{m_{hj}(m_{hj} - 1)}$$

$$\hat{N}_h = \sum_{j=1}^3 \frac{M_{hj}}{m_{hj}} \left( \sum_{c \in S_{hj}} N_{hjc} \right)$$

$$z_{hjc,i,k} = \frac{N_h}{\hat{N}_h \sum_{h=1}^{49} \frac{N_h}{\hat{N}_h} \hat{N}_{h,k}} \left\{ I_{\{i,k\}}(y_{i,k} - \hat{\mu}_k) - \frac{\hat{N}_{h,k}}{\hat{N}_h} (\hat{\mu}_{h,k} - \hat{\mu}_k) \right\}$$

- $\hat{V}(\hat{\mu}_k)$  : 全国における児童生徒の項目  $k$  の平均正答数（母比率）の推計値の分散の推計値
- $\hat{N}_h$  : 層  $U_h$  における児童生徒数の推計値