

### 3. アメリカ

#### はじめに

アメリカの教育は州、学区が権限を持っており、算数・数学のカリキュラムも州によって異なっており、アメリカ全体を述べることは難しい。教科書は日本のような検定制度がなく、民間の出版社が発行しており、日本のように各教科書の販売部数の公的な統計がないため、どの教科書がアメリカを代表する典型的な教科書であるとはいえない。つまり何をとっても、確かにアメリカの一部ではあるが、必ずしもアメリカ全体にあてはまるとはいえないのである。

あえて共通のものをあげるとすれば、アメリカの伝統である各州独自のカリキュラムに対し、1989年に初めての全国基準『算数・数学カリキュラムと評価のスタンダード(以下、NCTMスタンダードと略する)』が作成されたことである。作成したのは、アメリカの数学教育を代表する学会「全米数学教師協議会」(NCTM; National Councils of Teachers of Mathematics)である。その後2000年にNCTMスタンダードは改訂され<sup>1</sup>、今日ではこのNCTMのスタンダードに準拠して、各州のカリキュラムや教科書が作成されている。

アメリカの科学や数学の学力が低いことを指摘した1983年の政府報告書『危機に立つ国家』以来、今日までのアメリカの数学教育は、その質を高め学力が向上する方策にもつぱら力を注いできている。その契機は、IEA(国際教育到達度評価学会)が1981年に実施した第2回国際数学教育調査(SIMS)である。当時の日本は中学校第1学年段階で20か国中1番目に平均正答率が高かった。なぜ日本は成績がよいのか、その理由として、日本には共通の算数・数学カリキュラムがありしかもカリキュラムや教科書の質が高いからとアメリカでは分析を行い、国に共通のカリキュラムを作れば数学学力も向上するはずだと考えた。こうしてNCTMスタンダードが作成されたのである。

その後、第3回国際数学・理科教育調査(TIMSS1995)の付帯調査として行われたビデオ調査の結果、高い得点を導くためには、カリキュラムだけではなく、日本のように問題解決を重視した授業が行える質の高い教師の育成が期待されるようになった。ただしその後の日本では習熟度別授業が多く取り入れられることにより、当時の状況とは異なっている。

またTIMSS1995当時から、他国は薄い教科書で内容を絞って教えており高い得点をとっている一方で、アメリカの算数・数学教科書は厚いのに算数・数学の得点が低いことが指摘された。同様に、今後の数学教育の在り方に関する2008年の政府報告書『アメリカを成功に導くために』においても、不要に値段が高く、持ち運びに大変であり、教科書が厚いことが必ずしも効果的な指導に結びついていないため、算数・数学の教科書のページ数を短くするよう勧告している。教科書が厚い背景には、各州の数学カリキュラムの基準を満たすように多くの内容を詰め込んでいるためとしている。

なお2008年12月に国際比較結果が公表された、国際数学・理科教育動向調査の2007年調査(TIMSS2007)では、小学校第4学年の算数の指導で教科書を主として使っている教師は59%、補助として使っている教師は33%、中学校第2学年では57%、38%であり、国際的な傾向と同じであった。なお日本は、小学校第4学年で83%、16%、中学校第2学

年で 77%，21%である。

### (1) 教科書の特徴

本稿では、小学校は Kendall/Hunt 社発行の教科書 Math Trailblazers (数学の道しるべ) を及び UCSMP (University of Chicago School Mathematics Project) の Everyday Mathematics (日常の数学) を、中学校は UCSMP 発行の教科書および Pearson 社発行の Connected Mathematics Project 2 (関連した数学) を、高等学校は UCSMP 発行の教科書の分析を行うこととする。小学校、中学校、高等学校の区分も州や学区により異なるが、本稿においては、NCTM スタンドアードの区分、すなわち、Pre-K (幼稚園前) から第 2 学年、第 3 学年から第 5 学年、第 6 学年から第 8 学年、第 9 学年から第 12 学年の 4 つの区分のうち、最初の 2 つをあわせ幼稚園を除き、第 1 学年から第 5 学年、第 6 学年から第 8 学年、第 9 学年から第 12 学年をおよその区分とした。

アメリカは、伝統的な内容や計算を重視した教科書と、問題解決やコミュニケーションなど数学のプロセスをも重視した教科書とに大別できる。前者の代表は Saxson の教科書である。本稿では後者の中で、大学を中心として、全米科学財団 (NSF) の援助で開発され実験校との協力により教材や指導法の開発が進められてきた研究プロジェクトの成果として作成された教科書を取り上げる。アメリカの教科書の中では伝統的というよりも革新的な教科書である。Math Trailblazers はイリノイ大学シカゴ校、Connected Mathematics Project 2 はミシガン州立大学、UCSMP の教科書はシカゴ大学で開発された。1990 年にアメリカに在外研究で滞在した際に、筆者は UCSMP の教師用のセミナーに参加した経験がある。

#### 1) 体裁

教科書は貸与制であり、小学校から高等学校まで児童・生徒は無償で教科書を借りる。

今回収集したアメリカの教科書のサイズは、小学校、中学校、高等学校の各校種とも、「縦 260～283mm×横 206～220mm」であり、日本の小学校および中学校用教科書よりもやや大きい程度である。しかし厚さは、日本の教科書よりも 2～5 倍は厚く (図 1 参照)、また重い。小学校用教科書である「Math Trailblazers」シリーズ (Kendall/Hunt 社) の場合、第 3・4・5 学年までの各学年の教科書は 1 冊であり、第 1, 2 学年は 2 分冊となっている。1 冊の厚さは、第 1 学年は 13mm であるが、第 5 学年は 24mm もの厚さとなっている。1 冊の重さは 630g から 1442g と学年が上がるにつれて重くなっている。価格は 1 冊あたり \$14.99～34.99 (約 1,400～3,300 円) である。

中学校用教科書「Connected Mathematics 2」シリーズ (Pearson 社) の場合、各学年とも 1 冊であり、各々の厚さは約 30mm となっている。1 冊あたりの平均ページ数は約 720 ページであり、平均の重さは約 1720g である。価格は 1 冊あたり \$ 68.47 (約 6,500 円) であ



図 1 8 学年分の算数・数学の教科書の厚さ  
左：アメリカ (第 1 学年と第 2 学年はもう 1 冊ずつ増える)  
右：日本

### Ⅲ. 算数・数学の教科書

る。一方、「UCSMP」シリーズの場合、1～3年間での使用で1冊となる。1冊あたりの平均ページ数を最長使用年数で割ると、1年あたり約400ページである。高等学校用教科書「UCSMP」Geometryの場合、ページ数は1021ページ、厚さ38mm、重さ2012gであるので、1年あたり、約340ページである。価格はいずれも\$63（約6,000円）である。

色刷りについては、ワークシートから成る小学校のEveryday Mathematicは2色刷りであるが、それ以外の小学校、中学校、高等学校の教科書は、カラー刷りである。表紙は、日本の教科書とは違って厚く、本文に使用されている紙も厚い。

活字の大きさについては、日本の教科書よりも小さい場合が多く、1ページあたりの文字数や情報量も、日本の教科書と比較して多い。1ページの行数は30数行もあり、日本の20数行に比べ多い。しかし、余白や改行、挿絵や写真、図も多く掲載されており、文字がつまっていて見にくいという印象はない。索引の項目が多いのも特徴である。

生徒用の教科書に加えて、教師用の指導書、OHPシート、問題集、補助教材などがあり、これらと一体となって、授業で使われることを想定していることに特徴がある（図2参照）。

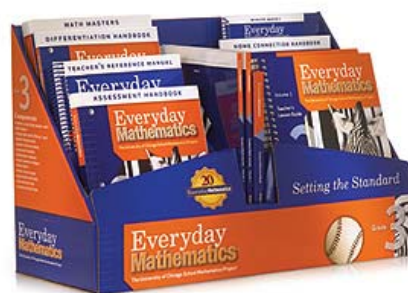


図2 Everyday Mathematics セット

#### 2) 目次からみた教科書の構成

教科書の構成はそれぞれ異なるので、それぞれについて述べることにする。

Math Trailblazersの教科書は、保護者への手紙が最初にあり、次に20個程度の単元がある。各単元はレッスンに分かれているが、目次を見るとレッスンの番号の欠番もある。実は各単元の初めのページには、その単元を学ぶために何を利用するか、生徒用教科書、発見の課題集、冒険の本、教師用指導書の中の教材を用いるか、が示してある。例えば、第5学年第1単元「母集団と標本」（図3参照）では、レッスン2で教師用指導書の中の教材、レッスン4で、冒険の本を使うと表に示されており、教科書のページはレッスン1からレッスン3へ、そしてレッスン5へと進んでいる。最後の単元の後に付録と索引がある。索引は小学校第1学年でも多くの内容がぎっしりと書かれている。付録には、生徒のルーブリック：知ること、解くこと、伝えることのページがある。

Connected Mathematics 2の教科書は、第6学年、第7学年、第8学年いずれも8つの内容から成り、章の番号はついていない。それぞれの内容ごとに1ページから始まっており、第7学年の

	Student Guide	Discovery Assignment Book	Adventure Book	Unit Resource Guide*
Lesson 1				
Eyelets	●			●
Lesson 2				
Review: Representing Data				●
Lesson 3				
Analyzing Data	●			
Lesson 4				
A Matter of Survival			●	
Lesson 5				
Searching the Forest	●			●
Lesson 6				
Practice Problems	●			

\*Unit Resource Guide pages are from the teacher materials.

図3 Math Trailblazers 単元の扉 その単元で使う教材を示す

1つの内容は短くても70ページ、長いもので110ページにも及ぶ。内容ごとに、「はじめに」「ここで学ぶ数学」「探究」「学んだこととこれから」「英語とスペイン語の辞書」「索引」で構成されている。索引が内容ごとに用意されているなど、各内容は独立した1冊の教科書のようなものである。第8学年の8つの内容は「数学的モデルで考える」「ピタゴラスを探そう」「大きく、大きく、大きく」・・・など、数学というよりも数学を日常や社会と結び付けたタイトルで表示されている点に特徴がある。また、英語だけでなくスペイン語の索引があることも、マイノリティが人数的にはマジョリティになっているアメリカの社会的状況を反映したものである。

UCSMPのEveryday Mathematicsは各学年2分冊であり、日本でいうとワークシートのようで、1ページに1つの小項目名がついている。数個の小項目の後にMath Boxesという練習問題のページがある。例えば第5学年第2巻の364ページは「円の面積をはかること」、365ページは「いろいろな円の面積」、366ページは「円の面積の公式」であり、367ページの「Math Boxes」は既習の様々な内容を復習するが円の面積の問題はない。

UCSMPの4冊の教科書, Pre-Transition Mathematics(第6~7学年), Transition Mathematics(第7~8学年), Algebra(第8~10学年), Geometry(第9~11学年)は、1章が数10ページの長さの章、10章以上で構成され、「はじめに」の後の各章や節のタイトルは数学そのものであるが、章の扉には、現実と数学との関係を示す写真や図が豊富に示されて、そこから数学の内容へと展開する。例えばPre-Transition Mathematicsの第1章「整数と分数の使用」(図4参照)の扉ではロミオとジュリエットの劇の写真が示され、「名前がなんだというの。薔薇と呼んでいるあの花が別の名前になったとしても甘い香りに違いはないはずよ。」というシェイクスピアの台詞を引用し、分数 $1\frac{2}{3}$ を他の国ではどう表したり読んだりしているか、英語やヘブライ語や中国語で表すとこうなるという例をとりあげながら本題に入っていく。章の最後にはプロジェクト、まとめと用語、自己テスト、章の復習のページがある。プロジェクトとはその章で学んだ知識を広げる機会を与えるページであり、通常の宿題よりも多くの時間をかけて行い、幅広い活動が含まれる。例えば第1章のプロジェクトでは、カップと $\frac{1}{4}$ カップとスプーンとティースプーンの関係を示すディスプレイを作らせたり、バビロニアの数の表記についてレポートを書かせたりする。最後の章のあとには、ゲーム、主な問題の解答、用語集、索引、写真の著作権、記号一覧がある。

Contents	
Getting Started	1
<b>Chapter 1</b>	<b>4</b>
<b>Some Uses of Integers and Fractions</b>	
1-1 Numbers for Counting	6
1-2 Dividing Segments into Parts	12
1-3 Measuring Length	19
1-4 Mixed Numbers and Mixed Units	26
1-5 Equal Fractions	32
1-6 Fractions and Division	38
1-7 Using Integers	45
1-8 Negative Fractions and Mixed Numbers	50
Projects	55
Summary and Vocabulary	57
Self-Test	58
Chapter Review	59

図4 Pre-Transition Mathematics 第1章目次  
第1章「整数と分数の使用」は全部で61ページあり、ロミオとジュリエットから始まる

3) 特定分野に関する教科書の記述

①小・中学校の教科書の分析

4つの内容（速さの概念、円の面積の公式、文字の導入、三平方の定理の扱い）は、日本ではそれぞれ小学校第6学年、小学校第5学年、中学校第1学年、中学校第3学年の内容である。

一方、NCTMスタンダードではいずれも第6～8学年の内容となっているが、教科書によってとりあげる学年や内容の扱いは多様である。例えばEveryday Mathematicsでは、第5学年で、速さの概念、円の面積の公式、文字の導入がなされ、第6学年で三平方の定理を扱う。ただし前述したように、この教科書は日本でいうとワークシートのようなものなので、以下では、より教科書らしい体裁のその他の教科書を取りあげる。

ア) 速さの概念

「Math Trailblazers Grade 5」(Kendall/Hunt社)における教科書の構成および目標は、次表の通りである。

教科書名	Math Trailblazers Grade 5 (Kendall/Hunt社)
シリーズ番号(学年)・ページ	第5学年, pp.94-98,164-170
章・節の名称	第3章 分数と比 第5章 分数の探究
目標(数学的概念, 数学的能力)	速さの概念(距離と時間のデータを分数に表わしたもの)
構成(小項目名と主な内容)	第3章 分数と比 第6節 距離対時間 pp.94-98 第5章 分数の探究 第5節 レースの日 pp.164-170



Contestant	Distance	Contestant	Time
Roberto	24 ft	Jackie	2.5 sec
Edward	27 ft	Alexis	4 sec
Lee-Yah	27 ft	Michael	3 sec
Jessie	22 ft	David	3.5 sec
David	25 ft	Arti	4.5 sec

3. A. What variable is Roberto comparing?  
B. What variable is Jackie comparing?  
4. What variables do Jackie and Roberto need to consider to decide who went faster?

**Speed and Velocity**  
To find out how fast someone or something is moving, we measure speed. To compare speeds, you need to consider both time and distance. **Speed** is the ratio of distance traveled to time taken. **Velocity** is speed in a certain direction. For example, Roberto's speed can be written  $\frac{24 \text{ ft}}{3 \text{ sec}}$  which is equal to  $\frac{8 \text{ ft}}{1 \text{ s}}$ . This is called a unit ratio and we write  $\frac{8 \text{ ft}}{1 \text{ s}}$ . (We read  $\frac{8 \text{ ft}}{1 \text{ s}}$  as "eight feet per second.")

You are going to conduct two experiments. In each experiment, you will investigate different ways to compare the speeds of contestants in events like the Backward Race and the Sack Race.

図5 Math Trailblazers Grade 5  
第5章「分数の探究」  
レースの比較から速さを表す

Math Trailblazers Grade 5 の、第 3 章「分数と比」の第 6 節「距離対時間」では、レースの時間と距離のデータをグループで集め、表に書き入れ、最後に距離を時間で割った値(分数)を記入する活動が含まれている。

さらに、第 5 章「分数の探究」の中で、Speed と Velocity という速さの概念と用語が取り上げられている。第 5 章の第 5 節「レースの日」では、バッシーコールマン学校でオリンピックの日を設け、子どもたちがいろいろなレースに参加することになっているという場面から始まる。袋に入れてどれだけ飛べたかを比較するレース(図 5 左参照)、後ろ向きに走るレースなど、日本ではみかけないような一風変わったレースであり、イラストも楽しそうである。ロバートとジャッキーとどちらが速いかをどうやって比べるか、比べるためには何が必要かという問いかけから、距離と時間がわかれば Speed (速さ) が比べられるとしている。さらに、Velocity (速度) はある進行方向における速さであることにも触れているが、Velocity までも取り上げているのはこの教科書の特徴である(図 5 右参照)。

### イ) 円の面積の公式

「Pre-Transition Mathematics」(Write Group/McGraw-Hill 社)における教科書の構成および目標は、次表の通りである。

教科書名	Pre-Transition Mathematics (Write Group/McGraw-Hill 社)
シリーズ番号(学年)・ページ	第 6~7 学年, p.535
章・節の名称	第 9 章 面積と体積
目標(数学的概念, 数学的能力)	円周の長さの求め方, 円の面積の求め方
構成(小項目名と主な内容)	9-2 三角形の面積 (pp.519-525) 9-3 平行四辺形の面積 (pp.526-532) 9-4 円の周りの長さと面積 (pp.533-538)

まず、円周の公式「(直径)× $\pi$ 」があげられている。その公式の下に、 $\pi$ の近似値として小数 3.14 または分数  $\frac{22}{7}$  が用いられるが、3.14 は  $\pi$  より小さく  $\frac{22}{7}$  は  $\pi$  より大きいので、電卓の  $\pi$  キーを押して、それらの値との違いをみなさいと指示している。

例題は 1 つであり、地球儀の写真とともに示されている。地球が球形に近いこと、地球の直径が 7926 マイルであることから、地球の周りの長さを求める問題である。公式にあてはめ  $7926\pi$  マイルとなるが、これに、3.14 または  $\frac{22}{7}$  をかけて計算を行い、約 29400 マイルを答えとしている。

### The Area of a Circle from the Area of a Parallelogram

You can approximate the area of a circle by the area of a parallelogram.

#### Activity 2

**MATERIALS** compass, ruler, protractor, scissors

**Step 1** Draw a circle. Draw a diameter. Draw a second diameter perpendicular to the first. Now draw two more diameters making eight sectors of equal area as shown at the right.

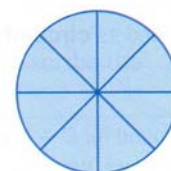


図 6 Pre-Transition Mathematics

コンパス、定規、分度器、はさみを用いて円を同じ大きさの 8 つの扇形に分割する

### Ⅲ. 算数・数学の教科書

次に、「平行四辺形の面積から円の面積」という見出しがあり、コンパス、定規、分度器、はさみを用いて円を同じ大きさの8つの扇形に分割し、それらを平行四辺形に並べさせるといった活動を行わせる(図6参照)。

円を並べ替えた形が平行四辺形に近似できることに基づいて、円の面積の公式を導いている。つまり、円の半径を  $r$  としたとき、平行四辺形の底辺の長さは  $\frac{1}{2}\pi d$  であるが、これは  $\pi r$  と等しく、したがって、平行四辺形の面積は  $\pi r^2$  となる。余白にある QY3(問3)では、「円を16個に分割すれば、平行四辺形はどうなっていくか」と問いかけ、平行四辺形の面積が徐々に長方形の面積に近似されることになり、より円の面積に近づくことを理解させようとしている。扱いは

ほぼ日本と同様である(図7参照)。ただし、コンパス、定規、分度器、はさみを用いると「活動」を明記していること、電卓で  $\pi$  のキーを押すこと、小数 3.14 をかけるだけでなく、分数  $\frac{22}{7}$  をもかけその値を比較するなど、電卓を活用し計算している点に特徴がある。

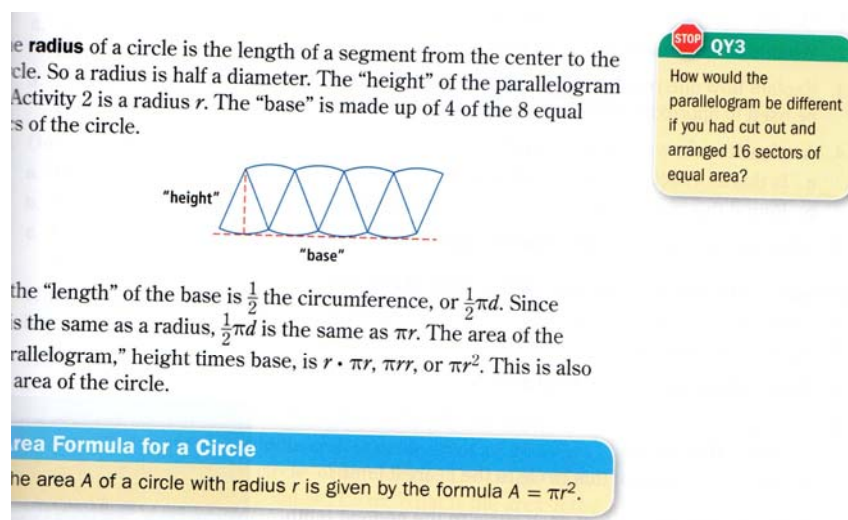


図7 Pre-Transition Mathematics  
平行四辺形の面積から円の面積の公式を導く

#### ウ) 文字(アルファベット)の導入

「Transition Mathematics」(Write Group/McGraw-Hill 社)における教科書の構成および目標は、次表の通りである。

教科書名	Transition Mathematics (Write Group/McGraw-Hill 社)
シリーズ番号(学年)・ページ	第7~8学年 pp.68-129
章・節の名称	第2章 変数を用いること
目標(数学的概念, 数学的能力)	変数を表す文字の使用
構成(小項目名と主な内容)	2-1 変数でパターンを説明する (pp.70-75) 2-2 文字を使った式に言葉を翻訳すること (pp.76-82) 2-3 文字式に値を代入すること (pp.83-86) 2-4 式と公式 (pp.89-95) 2-5 三平方の定理 (pp.96-102) 2-6 表計算ソフトにおける公式 (pp.103-109) 2-7 オープンセンテンス (pp.110-114) 2-8 不等式をグラフに示すこと (pp.115-119)

UCSMP の教科書はどの節にも、本文の前に「大きなアイデア」が示され、いくつかの例や例題の後には、アイデアをカバーし数学を応用し復習し発展させる「問」が続いている。「2-1 変数でパターンを説明する」の「大きなアイデア」は、変数を用いると数のパターンを簡潔に述べるができること、「2-2 文字を使った式に言葉を翻訳すること」は、数学を用いて言葉を数学の記号に翻訳できる必要がある、である。

Notice that in subtraction you must be careful about the order of the numbers. Also notice how much alike the English expressions are.

English Expression	80 is less than a number	80 less than a number	80 less a number
Algebraic Expression	$80 < h$	$h - 80$	$80 - h$
Situation	\$80 is less than the amount Hillary has in her account.	Hillary had $h$ dollars in her savings account, and withdrew \$80. She now has \$80 less than previously.	Hillary had \$80 in her savings account, and withdrew $h$ dollars. She now has 80 less $h$ dollars in her account.





図 8 Transition Mathematics

上：文字を使った式に言葉を翻訳すること  
 右：フェルマーの定理についてレポートを書く

「2-1 変数でパターンを説明する」は、 $24 \times 10^{-2} = 24 \times 0.01$ などを例に、これを言葉で表現すると「 $10^{-2}$ をかけることは0.01をかけることと同じ」だが、記号を用いると、 $n \times 10^{-2} = n \times 0.01$ 、と簡単に表すことができるとその必要性や意味を述べている。次に、「2-2 文字を使った式に言葉を翻訳すること」では、言葉を文字に翻訳し、文字を使った式における乗法と除法の表し方を学ぶ。これらの扱いはほぼ日本と同様である。引き算を示す英語の文章が似ているが、その式や場面 (situation) はこう異なると具体例があげられている点は日本より丁寧である (図 8 上参照)。

「2-5 三平方の定理」が文字の使用という観点から、文字の導入の章に含まれており、また「2-6 表計算ソフトにおける公式」は、コンピュータを使った表計算ソフト・スプレッドシートの使い方にもつばらあてられている点は、日本とは異なっている。また「2-4 式と公式」では、Bをビーフケバブ、Cをとうもろこし、Wをスイカとしたときに、合計価格は $2.25B + 0.75C + 0.5W$ で表せ、 $B=2, C=3, W=1$ の場合、グラフ電卓の表の画面で計算している。章末のプロジェクトでは8つの課題があげられているが、その最後はフェルマーの最終定理であり、なぜフェルマーは証明を書かなかったのか、証明になぜ350年もかかったのか、レポートを書くよう要求している (図 8 右参照)。

**8 Fermat's Last Theorem**  
 The Rule of Pythagoras demonstrates that it is possible to find integers  $a, b,$  and  $c$  that satisfy the equation  $a^2 + b^2 = c^2$ . These sets of three numbers are Pythagorean triples. But is it possible to find positive integers  $a, b,$  and  $c$  that satisfy  $a^3 + b^3 = c^3$ ? In the 1600s, Pierre de Fermat claimed that he had found a way to prove that there were *no* positive integer solutions to this equation or to any equation  $a^x + b^x = c^x$  where  $x > 2$ . However, he left no evidence of this proof and it was not until 1995 that anyone succeeded in proving this. Write a report on Fermat's Last Theorem. Did Fermat have a proof? Why didn't he write it down? Why did it take nearly 350 years to find a proof?



In 1998, Andrew John Wiles received the King Faisal International Prize for Science for proving Fermat's Last Theorem. The prize was \$200,000 and a commemorative gold medal.



エ) 三平方の定理の扱い

「Connected Mathematics 2」(Pearson 社)における教科書の構成および目標は、次表の通りである。

前述した通り、この教科書は8つの内容から成り、章の番号はついておらず、それぞれの内容ごとに1ページから始まっており、この内容は2つめに位置するため、上記の表には便宜上第2章としておいた。三平方をさがそうというタイトルで、61ページもある。三平方の定理は「探究3」の31ページから始まる。

教科書名	Connected Mathematics 2 (略称 CMP2) (Pearson 社)
シリーズ番号(学年)・ページ	第8学年 第2章の pp.31-64
章・節の名称	三平方をさがそう—三平方の定理
目標(数学的概念, 数学的能力)	三平方の定理の理解と応用, 整数の平方根の値を見積もること, 三平方の定理を用いて日常の問題を解くこと, 数直線上に無理数を置くこと
構成(小項目名と主な内容)	探究1 座標 (pp.5-18) 探究2 平方しない (pp.19-30) 探究3 三平方の定理 (pp.31-45) 探究4 三平方の定理を用いる (pp.46-64)

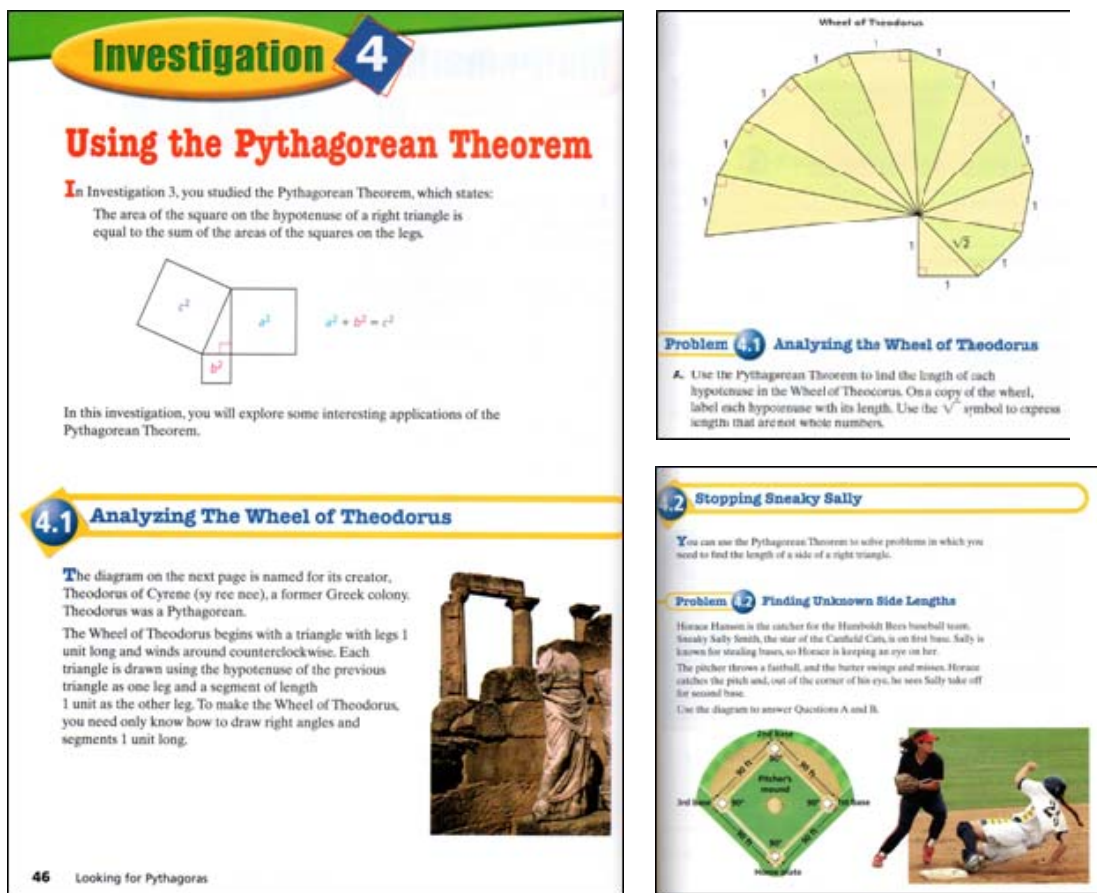


図9 Connected Mathematics 2

探究4「三平方の定理を用いること」4.1節「テオドロスの車輪を分析すること」(左下がテオドロス, 右上が車輪), 4.2節「スニーキーサリーをストップさせること」(右下)

3.1 節「三平方の定理」では、三角形のそれぞれの辺に正方形をかくと 3 つの正方形の面積の間に何か関係があるかを表に数値を記入することによって推測させ、続く 3.2 節「三平方の定理の証明」では、実はこれは紀元前 6 世紀のギリシャの数学者ピタゴラスの名前をつけた定理であること、300 種類以上の証明があると述べ、8 つの三角形と 3 つの正方形を、2 つの正方形の中に並べることができるかというパズルをあげ、3.3 節「距離を求めること」では、2 点間の距離を求めさせ、3.4 節「エジプトのやり方で測定すること」において初めて  $a^2 + b^2 = c^2$  の式が導入される。その後、応用が 5 ページ、発展が 2 ページ続く。最後に数学的な振り返りが 1 ページある。

「探究 4 三平方の定理を用いること」は、4.1 節「テオドロスの車輪を分析すること」、4.2 節「スニーキーサリーをストップさせること」、4.3 節「三角形を分析すること」、4.4 節「三角形のまわりの長さを求めること」の 4 つの節から成り、その後、応用が 4 ページ、関連が 2.5 ページ、発展が 4.5 ページ続く。最後に数学的な振り返りが 1 ページある。4.2 節「スニーキーサリーをストップさせること」は、盗塁の名手であるサリーに本塁を踏ませないようにするという場面で、1 塁から 2 塁、2 塁から 3 塁、3 塁から本塁の距離が示されている。サリーもピッチャーも女子である。テオドロスの車輪の図（図 9 右上参照）では、この作図を考案したのがピタゴラス学派の人で、テオドロスという人物であると説明され、数学が人間の知恵とともに発展してきた様子が伺える。車輪の図は無理数を作成する図として日本の教科書にも出てくるが、誰が考案したかの説明はない。日本の小・中学校の算数・数学教科書には人名はほとんど出てこない。

## ②高等学校の教科書の分析

UCSMP の「Algebra」「Geometry」とも、前述した「Pre-Transition Mathematics」「Transition Mathematics」と同様に、1 章が数 10 ページの長さの章、10 章以上で構成され、「はじめに」の後の各章や節のタイトルは数学そのものであるが、章の扉には、現実と数学との関係を示す写真や図が豊富に示されて、そこから数学の内容へと展開する。どの節にも、本文の前に「大きなアイデア」が示され、いくつかの例や例題の後には、アイデアをカバーし数学を応用し復習し発展させる「問」が続いている。「Geometry」では、グラフ電卓やコンピュータなど ICT を多く利用している。

## 4) 教科書充実の工夫

### ①児童・生徒の多様性への配慮

Transition Mathematics の解答例は、細かい字でぎっしりかかれ 45 ページにも及ぶ。Algebra の解答例は 59 ページにも及ぶ。Connected Mathematics 2 の内容は各節ごとに 10 数ページあるので、70 ページのうち 20 ページ程度が宿題である。このように問題や解答のページが多いことにより、教師は児童・生徒の習熟の程度を評価しながら、適切な難易度の練習問題を選ぶことができる。問題の種類も、宿題のための練習問題をはじめ、補充的な練習問題や発展的な問題など、数多くのタイプがある。

Connected Mathematics 2 の教科書は、英語とスペイン語の辞書がついている。これも多様な背景をもった児童・生徒への配慮である。また、野球の場面で女子の写真が用いられ

ていることを前述したが、男女両方が算数・数学に興味・関心を持つような場面に配慮している。このように人種・性に対する公正に注意を払うのはアメリカの特徴である。

### ②実社会とのつながり

前述の Pre-Transition Mathematics の第 1 章「整数と分数の使用」(図 4 参照)の扉ではロミオとジュリエットの劇の写真が示され、そこから、分数  $1\frac{2}{3}$  を他の国ではどう表したり読んだりしているかに進むように、どの教科書も実社会とのつながりや社会的有用性に関するページがいたるところにある。また、Connected Mathematics 2 に無理数を作成する図を考案した人名が出てくると、算数・数学は人間の知恵により発展してきたものであることがわかる構成になっている。さらに Transition Mathematics にフェルマーの定理が出てきたように、数学は現在も発展しているものであることが示されている。

### ③ICT の積極的な活用

電卓、グラフ電卓、コンピュータなどの画面の写真が、教科書のいたるところにとりあげられて、算数・数学を学ぶ上でそれらは重要な道具となっている。また前述したように、コンピュータを使った表計算ソフト・スプレッドシートの使い方にもつばらあてられているページがある。さらに、ウェブ上で自学自習ができるように e-learning の機能が充実している。例えば、Connected Mathematics 2 では、PHSchool.com にアクセスし、コード ane-6307 を入力する(図 10 参照)と、宿題へのヒントが表示される。入力コードによっては、動画ソフトをパソコン上で動かすもの、数学者の説明などにリンクするものもある。

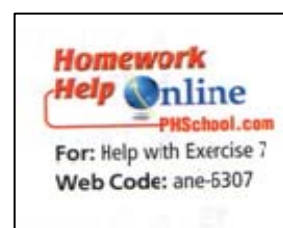


図 10 Web へのリンク  
Connected Mathematics 2

### ④算数・数学を学ぶ意義

Math Trailblazers の教科書は保護者への手紙が、Everyday Mathematics の教科書はその学年で学ぶことが、Connected Mathematics 2 の教科書は、内容ごとに、「はじめに」「ここで学ぶ数学」が、UCSMP の「Pre-Transition Mathematics」「Transition Mathematics」「Algebra」「Geometry」の教科書は「はじめに」で数学を学ぶ意義が述べられている。例えば第 6 学年用 Everyday Mathematics の教科書では、「この年の活動によって数学の美しさと有用性がわかるだろう」ということや「数学を使うことにさらに熟練することによって、世界をもっと理解できるようになることを期待している」などと述べている。

## (2) 現地調査の結果から

ミシガン州で参観した小、中、高等学校の授業を事例としながら、アメリカの学校における教科書使用の主な特徴について簡単に報告する。なお現地調査はミシガン大学研究員の宮川健氏とともに 2008 年 11 月に行った。

訪問した学校は次の通り。

小学校：アナーバー市にある Ann Arbor alternative school

中学校：サリーン町にある Saline middle school (アナーバーとは学区が異なる)

高等学校：アナーバー市にある Pioneer high school

1) 教科書を使っている教師も、補助教材を使っている教師もいる



図 11 Pioneer high school 教師用 OHP シートが完備（黄色いタグのあるペー



図 12 Pioneer high school 重い教科書を持ち運びする生徒もいる

Ann Arbor alternative school の「図形の分類」の授業と、Pioneer high school の AP (Advanced Placement, 大学の内容を高等学校で履修して大学の単位となるもの) 統計「一次関数の平均, 分散, 標準偏差とランダムな変数の期待値, 分散, 標準偏差」の授業では, 教師は教科書を使っていなかった。しかし, 両方の授業とも, すなわち「図形の分類」では, 図形の分類の掛け図や児童が切り取るワークシート, AP 統計では宿題の答え, 小テスト, グラフ電卓 TI-83 の使い方など, 教科書の補助教材をそのまま用いていた。OHP 教材が豊富なため, 教師はそれを授業で提示し, また, 印刷すればよいのである。AP 統計では教科書は家に置いておかせ, 宿題をやるのに使わせるものと教師は述べており, また筆者もアメリカでは教科書は学校または家に置いておくもので持ち運びしないと考えていたが, ザックに重く厚い教科書をすべて入れて持って

きている生徒もいた (図 12 参照)。スクールバスがあるので教科書が重くても持ち運び可能と思われる。Saline middle school の  $X + X + 2 + X + 4 = 45$  に数をあてはめチェックすることから始まる「代数」の授業では, 生徒の机の上に教科書がおいてあった。教科書には 8-434, 8-369 などの ID のための番号がふってあった。

2) ある内容を指導したら、「すべて指導」

1000 ページ近くもある教科書の何パーセントを 1 年間で指導するか聞いたところ, Saline middle school の教師も, Pioneer high school の教師も, すべて指導と答えていた。1 回の授業で 1 レッスン (1 節) とある分, 8 ページ程度分を指導するという。しかし参観した授業では明らかにすべてのページを指導してははず, あるページからあるページへと飛ばしていた

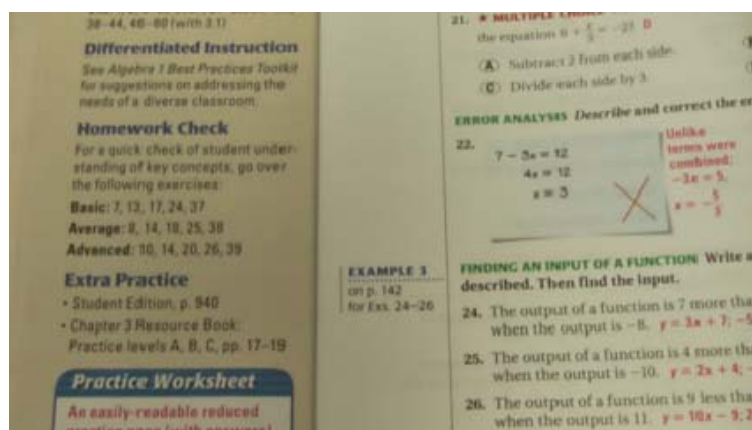


図 13 Saline middle school 教師用指導書

生徒のレベルに応じて, Basic, Average, Advanced と 3 段階の宿題や問題を出す

### Ⅲ. 算数・数学の教科書

り、あるページではたくさんある問題の中から数個の問題を扱ったりしていた。

このような使い方であっても、すべて指導していると回答することに特徴があると思われる。なお、アメリカの教科書は多様な水準にいる児童・生徒に対応するため異なる難易度の問題が含まれており（図 13 参照）、もともとすべてのページのすべてを全員に指導するという発想がないのかもしれない。

#### 3) 古くなった教科書の利用法

Saline middle school によれば、古くなった教科書は 2 ドルで、出版社がひきとってくれるという。Ann Arbor alternative school によれば、教科書購入の予算は限られており、当校は新しいものが購入できたが学校によっては十分に教科書がない学校もあり、そのような学校や、アフリカの学校などに古い教科書を無償であげるとのことである。

#### 4) 教科書の選定法



図 14 Ann Arbor alternative school  
州のテストとリンクした教科書

Saline middle school によれば、州の推薦された教科書の中から、学区で委員会を作って選ぶという。教科書会社にプレゼンテーションを行ってもらい選ぶこともあるという。知っている教科書は Holt, McDougall Little, Pearsons/Prentice Hall, Key Curriculum, Cognitive Tutor, College Preparatory Mathematics (CMP), Core Plus, Connected Mathematics, Glencoe, Everyday, UCSMP-Chicago Math で下線付きが、この学校の数学主任がお薦めの教科書であるということであった。

インターネットアクセス料が低いところ、無料のところなども教科書を選ぶ基準の一つということである。教師、生徒だけでなく、親も HP にアクセスし、宿題を手伝ったりできるからである。Ann Arbor alternative school によれば、教科書は州のカリキュラムや州のテストに準拠したものを選ぶということである（図 14 参照）。

#### 【注】

1. NCTM スタンダード 1989 年版と 2000 年版の主な違いは次の通りである。

- ・スタンダードがプロセス重視から内容重視に変わっている。1989 年版は、問題解決、コミュニケーション、推論、数学的つながり、が最初にあり、次にいわゆる算数・数学の内容があげられた。2000 年版は、数と演算、代数、幾何、測定、データ分析と確率、が最初にあり、問題解決、推論と証明、コミュニケーション、つながり、表現の順となった。
- ・学年のわけ方が異なり、幼稚園前も含まれるようになった。1989 年版は、K（幼稚園）から第 4 学年、第 5 学年から第 8 学年、第 9 学年から第 12 学年の 3 つの区分であるが、2000 年版は、Pre-K（幼稚園前）から第 2 学年、第 3 学年から第 5 学年、第 6 学年から第 8 学年、第 9 学年から第 12 学年の 4 つの区分となった。

（瀬沼花子）