

平成15年度教育課程実施状況調査 教科別分析と改善点 (中学校・数学)

1. 今回の調査結果の特色

(1) 調査結果の概要

【ペーパーテスト調査】

同一問題において、単純に計算する問題では、前回は有意に上回っているものが多い。その一方で、数量を文字を用いて表現したり、式を読んだりするといった数や文字式の意味の理解の問題、関係の理解の問題では前回は有意に下回っている問題が多い。

<数と式>

計算技能の問題については、加法と乗法の混合算、分数の加法計算の通過率が前回は有意に上回った一方、整数と分数の除法計算の通過率は前回は有意に下回った。

「文字式による証明」、「方程式の利用」、「方程式の解の意味」の問題については、設定通過率を下回ると考えられる問題が多く、通過率が低い。

<図形>

第1学年の、角柱、円錐などの表面積と体積を求める問題の通過率は設定通過率を下回ると考えられるが、作図問題では設定通過率を上回ると考えられる。第2、第3学年の証明に関わる問題では、設定通過率を下回ると考えられる。

<数量関係>

第1学年の反比例に関する問題の通過率が低く、第2学年でもこの領域が低くなっている。質問紙の結果では、生徒も教師も否定的な回答が多い。

小学校から移行された合同の問題、比例の関係を選ぶ問題は、設定通過率を上回っているまたは同程度である。中学校第3学年から第2学年に移行された確率の意味の問題は前回は有意に下回った。

学習指導要領で重視している「論理的に考える力」については、事象の正誤を判断し、その理由を記述する問題において設定通過率を下回ると考えられる。さらに「実生活と数学との関連」について、数学の学習内容が数学や他の教科等の学習にとってどんなよさがあるのかなどを把握する「よさを答える問題」では設定通過率を下回ると考えられ、無解答の反応率も高い。

記述式の問題で、第1学年の作図の問題、第2学年の平行線に補助線を引く問題などでは通過率が高かった。一方、記述式の問題のうち、自分の考えを書く問題の通過率は全般的に低い。また、記述式の問題では無解答の反応率が高い。

国際調査において指摘された「基礎的・基本的な計算技能の定着」について、本調査では低下傾向は見られないが、「計算の意味理解などについての定着」、「数学的に解釈する力や表現する力」、「実生活と数学との関連」などの指導に課題がある。

【質問紙調査】

生徒質問紙では、「将来、数学の勉強を生かした仕事をしたい。」などの質問に対する肯定的な回答が他の質問より低く、国際調査の意識調査と同じ傾向であった。

第1学年「展開図など空間図形について理解すること」、第2学年「平行線や角の性質や多角形の角の性質を理解すること」、「確率の意味を理解することや簡単な確率を求めること」、第3学年「三平方の定理の意味を理解し、それが証明できることを知ること」などにおいて、生徒と教師の意識にずれがあった。

「普段の生活に役立つか」という質問では、学年が進むにつれて役に立たないと答える生徒が増える傾向にある。

(2) ペーパーテスト調査結果の主な特色

過去同一問題についての分析

前回調査（平成13年度調査）と同一の問題の通過率を学年ごとに比較すると、前回は有意に上回る問題数が、有意に下回る問題数より多い。各学年の状況は以下のとおり。

	全問題数	同一問題数	前回は有意に上回るもの	前回と有意に差がないもの	前回は有意に下回るもの
1年	69	29	6<20.7%>	15<51.7%>	8<27.6%>
2年	65	18	4<22.2%>	11<61.1%>	3<16.7%>
3年	62	23	8<34.8%>	10<43.5%>	5<21.7%>
計	196	70	18<25.7%>	36<51.4%>	16<22.9%>

同一問題で比較すると、前回は有意に上回るものが全学年で70問中18問で、前回と有意に差がないものが36問である。前回は有意に上回った問題は、加法と乗法の混合算、分数の加法計算など単純な計算の問題である。一方、通過率が前回は有意に下回っている問題は、意味の理解の問題、関係の理解の問題、よさを答える問題等が含まれている。

通過率が前回は有意に上回っている問題、前回は有意に下回っている問題において、領域との関係は見いだせない。観点では、前回は有意に上回っている問題は、数学的な表現・処理の観点の問題が多く、前回は有意に下回っている問題は数学的な見方や考え方の観点の問題が多い。なお、前回は有意に上回っている問題には、数学への関心・意欲・態度の観点を重複させている問題はないが、前回は有意に下回っている問題16問のうち5問が数学への関心・意欲・態度の観点を重複させた問題である。

同一問題における無解答の反応率の平均を比較すると、それぞれ第1学年で10.0%が9.0%、第2学年で13.2%が12.3%、第3学年で16.0%が14.7%となり、いずれの学年でも無解答の割合が減っている。

内容・領域別に見た分析

内容・領域ごとに通過率と設定通過率を比較すると、「数と式」「図形」「数量関係」の3領域のうち、第2学年の「数量関係」の領域のみ、通過率が設定通過率を上回ると考えられるもの又は同程度と考えられるものの問題数の合計が全体の問題数の半数未満である。

		問題数	上回ると考えられるもの	同程度と考えられるもの	下回ると考えられるもの
1年	数と式	39	8<20.5%>	12<30.8%>	19<48.7%>
	図形	15	6<40.0%>	4<26.7%>	5<33.3%>
	数量関係	15	4<26.7%>	4<26.7%>	7<46.7%>
	計	69	18<26.1%>	20<29.0%>	31<44.9%>
2年	数と式	29	7<24.1%>	12<41.4%>	10<34.5%>
	図形	21	6<28.6%>	5<23.8%>	10<47.6%>
	数量関係	15	1<6.7%>	6<40.0%>	8<53.3%>
	計	65	14<21.5%>	23<35.4%>	28<43.1%>
3年	数と式	29	7<24.1%>	10<34.5%>	12<41.4%>
	図形	22	6<27.3%>	7<31.8%>	9<40.9%>
	数量関係	11	3<27.3%>	5<45.5%>	3<27.3%>
	計	62	16<25.8%>	22<35.5%>	24<38.7%>
合計		196	48<24.5%>	65<33.2%>	83<42.3%>

A 数と式

形式的に計算して答えを出す問題については、各学年とも設定通過率を上回ると考えられる問題が多い[1 B①, 3 A①(2)]。しかし、文字式による証明[3 B⑤(2)], 方程式の解の意味[2 C④], 方程式の利用の問題については、設定通過率を下回ると考えられる問題が多い。

学年ごとにみると、第1学年では、「正の数・負の数」に関する問題(12問中8問), 「方程式」に関する問題(14問中8問)で設定通過率を上回る又は同程度と考えられる問題が多いが、「文字と式」に関する問題(13問中4問)では半数未満である。

第2学年では、「文字式」に関する問題(21問中14問), 「連立二元一次方程式」に関する問題(8問中5問)で設定通過率を上回る又は同程度と考えられる問題が多いが、連立二元一次方程式の解の意味を理解し、同じ解をもつ連立二元一次方程式を見いだす方法を考える問題[2 C④]では通過率を大きく下回った。

第3学年では、「文字式」に関する問題(13問中9問), 「二次方程式」に関する問題(9問中5問)では設定通過率を上回る又は同程度と考えられる問題が多いが[3 A①(2)], 「平方根」に関する問題(7問中3問)では半数未満である。

B 図形

第1学年では、「平面図形」に関する問題(5問中4問), 「空間図形」に関する問題(10問中6問)ともに、設定通過率を上回る又は同程度と考えられる問題が多いが、「空間図形」に関する問題のうち角柱、円錐などの表面積と体積を求める問題の通過率が他の問題より低く、作図問題では通過率が他の問題より高い傾向がある。

第2学年では、「平面図形の性質」に関する問題(8問中6問)で設定通過率を上回る又は同程度と考えられる問題が半数以上であるが、「平面図形の証明」に関する問題(13問中5問)では半数未満であり、三角形の合同を証明する問題[2 B⑨(2)]や、特に、多角形の角の性質を見いだす問題[2 A⑦]は、設定通過率を下回ると考えられる。

第3学年では、「図形と相似」に関する問題(12問中7問)[3 C①①(1)(2)], 「三平方の定理」に関する問題(10問中6問)で設定通過率を上回る又は同程度と考えられる問題が半数以上であるが、このうち、証明に関わる問題では、設定通過率を下回ると考えられる問題が多い。

C 数量関係

第1学年では、「比例、反比例」に関する問題(15問中5問), 反比例の意味や利用に関する問題[1 B①①(1)]では設定通過率を下回ると考えられる問題が多い。

第2学年では、「確率」に関する問題(5問中4問)は設定通過率を上回る又は同程度と考えられる問題が多いが、「一次関数」に関する問題(10問中3問)は、事象の考察に一次関数を活用する問題[2年C①①]など、設定通過率を下回ると考えられる問題が多い。この領域に対する質問紙の結果は、生徒も教師も否定的な回答が多い。

第3学年では、「関数 $y=ax^2$ 」に関する問題(11問中8問)は、設定通過率を上回る又は同程度と考えられる問題が多いが[3年A①(2)], 事象と関数 $y=ax^2$ の性質に関する問題[3年C①②]は設定通過率を下回ると考えられる。

評価の観点別に見た分析

評価の観点別に通過率と設定通過率を比較すると、「数学への関心・意欲・態度」, 「数学的な見方や考え方」, 「数学的な表現・処理」, 「数量, 図形などについての知識・理解」の4観点のうち、第1学年では、「数学的な表現・処理」, 「数量, 図形などについての知識・理解」の2つの観点において、通過率が設定通過率を上回ると考えられるもの又は同程度と考えられるものの問題数の合計が全体の問題数の半数以上を占めている。第2学年では、「数学的な表現・処理」の観点において、通過率が設定通過率を上回ると考えられるもの又は同程度と考えられるものの問題数の合計が全体の問題数の半数以上を占めている。第3学年では、「数学的な見方や考え方」, 「数学的な表現・処理」の2つの観点において、通過率が設定通過率を上回ると考えられるもの又は同程度と考えられるものの問題数の合計が全体の問

定通過率を上回ると考えられるもの又は同程度と考えられるものの問題数の合計が全体的問題数の半数以上を占めている。

		問題数	上回ると考えられるもの	同程度と考えられるもの	下回ると考えられるもの
1年	関心意欲	14	2<14.3%>	3<21.4%>	9<64.3%>
	見方考え	20	3<15.0%>	7<35.0%>	10<50.0%>
	表現処理	32	9<28.1%>	8<25.0%>	15<46.9%>
	知識理解	17	6<35.3%>	5<29.4%>	6<35.3%>
2年	関心意欲	12	1<8.3%>	4<33.3%>	7<58.3%>
	見方考え	25	3<12.0%>	9<36.0%>	13<52.0%>
	表現処理	26	8<30.8%>	10<38.5%>	8<30.8%>
	知識理解	14	3<21.4%>	4<28.6%>	7<50.0%>
3年	関心意欲	14	1<7.1%>	6<42.9%>	7<50.0%>
	見方考え	26	4<15.4%>	11<42.3%>	11<42.3%>
	表現処理	21	8<38.1%>	8<38.1%>	5<23.8%>
	知識理解	15	4<26.7%>	3<20.0%>	8<53.3%>

評価の観点には以下の通りである。

関心意欲：「数学への関心・意欲・態度」，

見方考え：「数学的な見方や考え方」

表現処理：「数学的な表現・処理」，

知識理解：「数量，図形などについての知識・理解」

なお，「数学への関心・意欲・態度」の観点の問題は，他の観点と重なっている。

- 観点別に見ると，どの学年も「数学的な表現・処理」の観点の問題が他の観点より設定通過率を下回る問題が少なく，「数学的な見方や考え方」の観点の問題は設定通過率を下回ると考えられる問題が他の観点より多い傾向がある。
- 「数学的な見方や考え方」の観点の問題が，他の観点の問題より通過率が低い傾向があるのは，この観点の問題に記述式の問題が多く含まれており，全般的に問題文が長くなりがちで，問題を数学的に解釈することが必要であることと関係があるためと思われる。

④ 現行の学習指導要領との関連

現行の学習指導要領の改善の基本方針では次の2点を強調している。

- ・児童生徒の創造性の基礎を培うため，例えば，多面的にもものを見る力や論理的に考える力などを身に付けられるようにする。
- ・実生活と数学との関連を意識し，様々な日常事象の中に不思議さを感じ取り，これを積極的に解明していく態度を育てるようになるため，自ら課題を見つけ，主体的に問題を解決していく活動が重要である。

実生活と数学との関連について，数学の学習内容が数学や他の教科等の学習にとってどんなよさがあるのか，あるいは，日常や社会的にどんなよさがあるについて生徒がどのような関心をもっているか。また，そのことについてどのような知識・理解があるのかについて把握するためによさを答える問題を各学年で出題している。その問題4問とも設定通過率を下回ると考えられる問題であった。

実生活の場面から問題づくりができるかどうかの関心・意欲・態度や数学的な見方や考え方の学習状況を把握するために問題づくりの問題をそれぞれ第1学年で1問，第2学年で2問，第3学年で1問の計4問出題している。通過率はどの問題も設定通過率を下回ると考えられる問題であった。これらの問題は記述式であり，無解答の反応率も高くなる傾向があり，学習指導の改善が必要である。

論理的に考える力を把握する問題の1つとして，事象の正誤を判断し，その理由を記述する問題を各学年に出題している。[1A³] その問題5問のうち設定通過率を下回ると考え

られる問題が3問あった。また、図形の証明、文字式による証明の問題では3割前後の生徒が無解答である。

⑤ 前回調査（平成13年度）で課題とされた内容との関連

平成13年度の教育課程実施状況調査において「数学的な表現・処理、数学的な考え方の観点の問題が前回の結果より有意に下回る問題が多かった」こと、「無解答の反応率が高かった」ことを指摘している。今回の結果においては、「数学的な表現・処理」の観点の問題においては、改善が見られたが、「数学的な見方や考え方」の観点の問題では課題がある。また、無解答については、その反応率が25%超えた問題を平成13年度調査と平成15年度調査とで比較すると、それぞれ第1学年で4問から3問、第2学年で15問から10問、第3学年で14問から12問といずれも若干ではあるが減少している。

⑥ 国際調査との比較

OECDの生徒の学習到達度調査（PISA2003）の数学的リテラシーでは、数（「量」領域）、統計や確率（「不確実性」領域）では他の領域に比べ得点が低かった。特に、「量」では記述式の問題、「不確実性」では解釈が必要な問題で課題があることを指摘している。今回の調査においては、記述式の問題では、第1学年で通過率の高い4問は作図の問題である。また、第2学年で通過率の一番高い問題は、平行線に補助線を引く問題である。このように、記述式の問題で通過率の高い問題は作図問題であり、自分の考えを書く問題の通過率は全般的に低い。さらに無解答の反応率が25%を超える問題は、第1学年では一次方程式の解の意味の理解を問う問題2問と、文字式に表す問題であり、2問が記述式である。第2学年では、10問中9問が記述式の問題であり、1問は変域の問題である。第3学年では12問中7問が記述式の問題である。記述式の問題では無解答が多くなる傾向がうかがわれる。また、解釈が必要な問題や正誤の判断の問題、関数の関係をよみとる問題について課題があるといえる。

国際数学・理科教育動向調査（TIMSS2003）では、同一問題について、前回と比べ得点が低下していることが指摘されている。今回の調査では、前回から有意に上回っている問題は約4分の1あった。今回の調査において、計算技能の定着については、指導の成果が上がっていると見ることができる。しかし、計算の意味理解や、数学的に解釈する力や表現する力の育成、実生活と関連付けることについての指導には課題が残されている。計算技能の習熟を単なる反復練習に終わらせるのではなく、計算の意味や計算する場面、その必要性などと結びつけて指導することも必要である。

（3）質問紙調査の結果の概要

質問紙調査の結果について、「そう思う」、「どちらかといえばそう思う」への回答を肯定的反応としてまとめて反応率を示す。

① 生徒質問紙調査

ア 数学の勉強が好きかについて

	第1学年		第2学年		第3学年	
	H13	H15	H13	H15	H13	H15
(1-1) 数学の勉強が好きだ	44.4	48.8	42.8	44.6	45.0	47.1

各学年とも肯定的な回答をしている生徒の割合が45%程度で、半数に満たない状況である。しかし、平成13年度調査と比較すると、どの学年も肯定的な反応が増えていることに注目したい。

イ 数学の勉強にのぞむ意識及び姿勢について

	第1学年		第2学年		第3学年	
	H13	H15	H13	H15	H13	H15
(1-7) 数学を勉強すれば、私は論理的に考えることができるようになる	41.1	50.2	37.7	45.5	35.3	41.6
(1-11) 論理的に考えることができるよう、数学を勉強したい	40.7	49.3	36.5	42.6	33.1	39.8
(2-5) 数学の問題をとくとき、ノートやプリントに図や表をかいたり、おはじきや模型を使って調べようとしていますか		43.4		43.4		52.8
(2-6) 数学の問題を解くとき、前に解いた問題と似ているところがどこかなどを考えようとしていますか	61.9	64.9	61.8	64.2	66.3	62.0
(2-7) 数学で新しい内容を勉強したとき、前に勉強したこととどのような関係があるかを考えようとしていますか	40.2	45.2	38.9	42.3	45.7	46.7
(2-8) 数学の問題がとけなかった時、自分がなぜ解けなかったかを振り返って考えようとしていますか	57.5	59.9	57.7	57.8	65.4	66.8
(2-9) 数学の問題がとけたとき、別なとき方を考えようとしていますか	28.1	30.7	24.8	27.1	25.7	27.3
(2-10) 数学の問題が分からないとき、あきらめずにいろいろ考えようとしていますか	71.6	72.2	70.0	70.3	74.2	74.7

アの場合と同様、項目2-6の第3学年の場合と今回初めて設けた項目2-5を除く他の項目では、平成13年度調査と比較するとどの学年も肯定的な反応が増えていることに注目したい。とりわけ、論理的に考えることにかかわる項目1-7、1-11において顕著である。

数学の問題がとけなかった時に、あきらめずにいろいろ考えようとしている生徒が7割以上いる。しかし、問題を解く過程で、図や表をかいたり、調べようとしている生徒は4割から5割と減少する。また、数学の問題を解くとき、前に解いた問題と似ているかどうかを考えようとしている生徒は6割以上いるが、もっと広く新しい内容を勉強したときに、既習のことと関連付けることについては20ポイント程度下がっている。問題解決の過程で様々な手だてが講じられるようにすること、新しい内容を勉強したり、問題を解決したりする際に振り返ってみることについての指導に力を入れる必要がある。また、問題を解決し答えが出てしまうとそれ以上考えようとしないう生徒が7割以上いる。問題を解決したあとの対応について、振り返ることの必要性、その仕方などについて指導することが必要である。

ウ 数学が役立つかについて

	第1学年		第2学年		第3学年	
	H13	H15	H13	H15	H13	H15
(1-6) 数学を勉強すれば、私のふだんの生活や社会に出て役立つ	64.4	67.7	56.5	59.6	47.9	52.7
(1-10) ふだんの生活や社会に出て役立つよう、数学の勉強をしたい	56.6	60.7	51.3	54.0	45.7	49.5
(2-11) 数学で新しい内容や考えなどを勉強したら、自分の身のまわりの場面などで使ってみますか	29.1	31.8	21.4	23.4	19.2	21.6

ア、イの場合と同様、各項目とも平成13年度調査と比較するとどの学年も肯定的な反応が増えていることに注目したい。

肯定的な解答の反応率は、項目1-6、1-10と対比して、項目2-11では30ポイント以上下回っている。このことは、「数学を勉強すればふだんの生活や社会に出て役に立つ」、「ふだんの生活や社会に出て役に立つように勉強したい」と考えている生徒でも、新しい内容

や考えなどを勉強したら身の回りの場面などで使ってみようとする生徒がかなり少ないことを示している。

② 教師質問紙調査

ア 学習内容の関係についての指導について

	第1学年		第2学年		第3学年	
	H13	H15	H13	H15	H13	H15
(13) 数学の他の学習内容や考え方の関係を考えるような授業を行っていますか		57.0		56.5		64.9

生徒の質問紙に「数学で新しい内容を勉強したとき、前に勉強したこととどのような関係があるかを考えようと思いますか」(①イ) というものがある、これに対して肯定的な回答をしている生徒は半数以下であり、教師の場合と比べると10ポイント程度開きがある。系統性の強い数学の学習において大切なことであるから、授業において、このようなことを意識的に指導することが必要である。

イ 授業の進め方について

	第1学年		第2学年		第3学年	
	H13	H15	H13	H15	H13	H15
(4) 数学の授業を展開する中で、生徒の多様なつまづきを生かした授業を行っていますか		79.3		75.4		79.2
(8) 作業的・体験的な活動を取り入れた授業を行っていますか	35.6	48.0	31.9	39.2	30.0	38.0
(11) 発展的な課題を取り入れた授業を行っていますか	42.9	61.0	49.7	63.1	54.0	72.5
(12) 子どもが、いろいろな考え方を発表したり、話し合ったりする授業を行っていますか		59.0		57.7		56.8

「つまづき」を生かした授業の実施について8割近くが肯定的な回答をしている。これに対して、作業的・体験的な活動を取り入れた授業については、平成13年度の場合に比べて8ポイント以上増えているが依然として5割と多くないことが分かる。

発展的な課題を取り入れた授業の実施については、肯定的な回答が平成13年度調査と比べて15～20ポイント程度高く、現場の関心が高まっていることが分かる。

ウ 数学が役に立つことの指導について

	第1学年		第2学年		第3学年	
	H13	H15	H13	H15	H13	H15
(9) 実生活における様々な事象との関連を図った授業を行っていますか	48.3	54.3	40.8	46.7	43.0	48.3
(15) 数学への興味や関心を高めるために、数学に関する一般的な話題を取り上げていますか		63.3		57.9		67.3

多くの生徒が、数学で勉強したことを、ふだんの生活で使ってみようとしていないことが生徒質問紙で明らかになっている。平成13年度調査と比べて肯定的な回答は増えているが、数学が実際に役立っていることに生徒が気づくことができるような指導を心がける必要がある。

③ 生徒と教師の意識の関係（生徒質問紙調査と教師質問紙調査との比較）

教師が「生徒にとって理解しにくい」と回答していて、生徒が「よく分かった」と回答している項目は、第1学年では、文字を用いることのよさを理解すること、具体的な問題に方程式を応用すること、展開図など空間図形を理解すること、比例・反比例の見方や考え方を活用すること、第2学年では、文字式を利用すること、具体的な問題に連立方程式を利用す

ること、合同条件を用いて図形の証明をすること、一次関数の意味と特徴を理解すること、一次関数を活用すること、第3学年では、正の数の平方根の意味を理解すること、具体的な問題に式の展開や因数分解を利用すること、具体的な問題に二次方程式を利用すること、相似条件を用いて図形を性質を調べること、事象の考察に関数 $y=ax^2$ を活用することである。

また、教師が「生徒にとって興味を持ちやすい」と回答している、生徒が「好きだった」と回答していない項目は、第2学年では、確率の意味を理解すること、円周角と中心角の関係を理解すること、第3学年では、三平方の定理の意味を理解し、それが証明できることを知ること、三平方の定理を利用することである。

ふだんの生活に役立つかという質問では、第1学年では、12項目のうち8項目、第2学年では、11項目のうち1項目でふだんの生活に役立つと回答した生徒の割合が役に立たないと回答した生徒の割合より多い。第3学年では、12項目すべてで、役に立たないと答えた割合が多い。学年が進むにつれて役に立たないと答える生徒が増える傾向にある。

2. 今回の調査結果を踏まえた指導上の改善点

(1) 数学が役立つことを実感できるようにする

数学はいろいろなところで役に立っているにもかかわらず、国内外の諸調査でそのことについての生徒の意識も低いことが明らかになっている。日常事象を数学の眼でとらえたり、学んだ数学を日常生活で生かしたりする学習を通して、数学が役に立つことを生徒に実感できるようにすることが重要である。数学を役立てたり数学が役に立っていることを見出すことは、数学的活動のねらいであり、既習のことから適切な内容を選択し、それらを組み合わせ対応する総合的な営みである。数学の学習を通して生徒が確実に身に付けられるようにしたい。

例えば、方程式の利用は、方程式を解く場合に比べて学習の実現状況はよくないことが明らかになっている。方程式が事象の考察に役立つことを実感できるためには、自ら方程式を立てることができるようにする必要があり、そのことで比較的よくできている方程式の解法が一層意味を持つこととなるのである。方程式を立てるためには、まず、具体的な場面から数量を抽出し分類整理すること、次いで、ある数量に着目してそれを二通りに表して等号で結ぶことなどが基本的に重要であり、このようなことの指導を重視する必要がある。

また、方程式を立てた後、数学的に処理する過程では、一度形式化しておきさえすればそれ以降は一定の手順に沿って処理すればよいことから、思考の負担が軽減されることなどにも着目できるようにしたい。

一般に、事象を数理的に考察する力を育てるためには、その過程で用いられている数学的な見方や考え方や数学的な表現・処理の仕方などを顕在化させ、生徒がそれらのよさを理解できるようにする必要がある。その際、それらが考察の過程で用いられたことによって、効率や効率が高まったり、一般性や発展の可能性がとらえやすくなったりしたことを生徒が感じられるようにすることは数学への関心・意欲・態度を育成することからみて重要である。

(2) 数学の世界で考察する力を伸ばす

数学の世界で新たな知識や技能などを生み出したり、既習のことを再構成してまとめたりする活動は数学にかかわる活動として重要である。数量や図形などの性質やそれらの関係について考察するなど、数学の中で事象を考察する機会を適宜設け、その指導を充実する必要がある。その際、数量や図形などについて、帰納的な考察によって規則や関係を見出したり、考察する範囲を拡げながら発展的に考えを進めたり、見出したことについて根拠をあげて説明したりすることが目的に応じ適切にできるようにすることが大切である。いずれも数学的活動の典型であり、既習のことをよりどころとして新たなことを創造する営みと深くかかわっている。数学の学習を通して生徒に確かに実現したい内容である。

現行の学習指導要領では、振り返ったり発展させたりすることなどにより、ものごとを考えることができるようにすることをより一層強調している。今回の調査では各学年に具体的な場面を示し、そこから数学の問題を作る問題を出しているが、その結果はよくないことが明らかになっている。問題を見出したりすることは自ら進んで数学に立ち向かい考察できるようにするためにもっとも基本的な営みであり、そのことの指導の改善が必要である。問題を作ることは、創造的にものごとを考える第一歩である。数学の学習内容と実生活との関係を意識できるようにしたり、数学に自信を持てるようにしたり、数学的な内容をより深く理解し、興味・関心を高めるようにしたりして、問題を作ることに積極的にかかわることができるようにすることが大切である。

(3) 推論の過程を的確に表現する力を高める

推論の過程を的確に表現することは、他人に説明したり自分自身で納得したりするために必要なことである。また、数学を事象の考察に役立てたり、数学の世界で考察したりする際に必要不可欠なことである。今回の調査においても、例えば、ことがらの正しさを判断しその理由を説明する問題や、証明の根拠とする性質を書いたり選んだりする問題を出しているが、説明や証明にかかわる問題で学習の実現状況はよくないことが明らかになっている。正しいか、正しくないかの判断にみられるように、生徒が日常生活で用いてきている意味と数学の世界での意味にずれがあることに基づくつまずきがあることが調査問題の反応率で明らかになっている。この他にも数学で用いる基本的な用語が日常生活での使われ方と違うことがあるので、その違いを明確にする指導が必要である。

線対称、点对称の性質に基づいて作図の方法を考えるなど、論証の指導の素地となる活動が小学校の段階から中学校第1学年までの学習に多く含まれていることから、推論の過程を表現する機会を意識的に設け、それをよりよくする指導をする必要がある。また、空間図形を見取図や展開図などで2次元の平面に表現して考えることが多く見られる。その際、平面に表現された図から空間図形の情報をよみとるためには、演繹的な推論が必要になり、それが自在にできないと見取図や展開図を空間図形の考察に生かすことはできないし、それらのよさは半減してしまう。

文字を使って一般的に考え、説明を組み立てていく力、合同条件などを根拠として考え、証明を組み立てていく力など、論理的に考えて、それを表現する力を問う問題の実現状況はよくなかった。自分の考えたことを他人に的確に伝えるように表現するためにはどのような事柄をどのように表現することが必要ななど指導することが大切である。生徒にとって証明の難しさの一つは自分が思いついたり考えたりした順番と説明したり証明したりする際の記述の順番の間に相違があるところにある。したがって、まず、自分が思いついたり気がついたりした順番で考えたことを表現することである。そして、自分の考えたことを他の人の理解してもらうためには、前提になることや根拠を先に示して、それらに基づいて演繹的に説明したほうが分かりやすく簡潔に表現できることを明らかにし、初めの素朴な説明を再構成して、証明の形式に改めていく過程を体験することを大切な内容として位置づける必要がある。

さらに、説明や証明を振り返り、条件や仮定がどのように関わっているかなどについて明らかにすることを通して、説明したり証明したりしたことの意味や意義についての理解を深め、さらに説明や証明をよりどころとした知識を広げる活動をすることを通して、説明や証明の有用性やはたらきなどそのよさが分かるようにすることも大切である。

(4) 計算技能と意味理解を結びつける

形式的に計算して答えを出す問題については、数の計算、文字式の計算、方程式の解法において前回の調査結果を上回る問題が多くみられた。このことは、各学校で計算技能を中心とした指導がよくなされ、一定の成果をあげていることの現れであると考えられる。

しかし、数や文字式の意味を問う問題についての実現状況は、形式的な計算処理の実現状況に比べて思わしくなかった。また、中学校では、正の数・負の数並びに正の数の平方根を取り上げて数を拡張しているが、それらについて、日常の事象とのかかわりで意味を実感している生徒も少なかった。意識調査においては、「生徒にとって意味理解の内容は理解しやすい」と答えている教師の割合が非常に少なかった。

数学が役立つことを実感したり、数学の世界で考察したりすることができるようになることには、計算技能だけでなく、数や文字式などについての意味理解が深くかかわっている。数については、数を拡張することによってどのようなことが可能になったのか考えたり、根号を用いて表された数を量感を持ってとらえることができるような指導が必要である。文字式については、数や数量をまとめて表していることから、数の場合と同様に計算ができ、計算法則や項の見方も同様に考えることができることが理解できるような指導を心掛ける必要がある。計算技能の定着が反復練習に終始することがないように、文字に具体的な数を当てはめて計算の確かめをしたり、文字式が表す意味をよみとったり、文字式を使ってある事柄が成り立つことを説明したりするなどの活動を重視し、文字や文字式の有用性を味わいながら学習を進めていけるようにすることが大切である。

(5) 関数に関する指導を充実する

意識調査の結果、生徒も教師も関数の学習に対して否定的な意識を持っていることが明らかになった。また、関数についての学習の実現状況は他の指導内容よりもよくないことが明らかになっており、関係概念の取扱いについては一層の改善が必要である。

調査結果をみると、問題で表やグラフが与えられているなど、数学化がされた問題については、生徒の学習の実現状況はよい状況である。しかし、事象の中から関数関係を見出したり、グラフから変数間の関係の特徴をよみとったりする問題については、課題があることが明らかになった。例えば、一次関数の変化の割合は比の値で表されていることや「傾き」についての理解の状況はよいとはいえない。比の値など比にかかわる問題での実現状況がよくないのは、国際調査の結果からも推測される。また、変域についての理解の状況もよいとはいえない。関数を利用する際に、もっとも基本的なことであるから指導の改善がのぞまれる。

ある事象について考察したり処理したりする際には、関数的に見たり考えたりすることによって、数量の関係がとらえやすくなったり、よみとる情報が増えたりすることがある。例えば、2つの変数のデータを収集し、データを表に整理するとき、一方を等間隔になるように並べると変化や対応のきまりが見つけやすくなる。また、それをグラフに表すことによって、変化の様子がとらえやすくなったりその先の変化を推測したりすることが容易になることがある。そうしたことを具体的な内容に即して指導し、関数的に見たり考えたりすることのよさが分かるようにする必要がある。このことは、資料に基づいて考えをまとめたり主張したりする際のもとになることであり、OECD-PISA2003の結果から見ても情報化の急激な進展の中で一層重視される必要がある。

(6) 小学校との関連、高等学校との関連を図る

学校段階が進むにつれて、取り上げる対象の意味が広がっていく。例えば、正の数、負の数の意味やその大小関係などについての学習状況をみると、小学校までの認識にとらわれ、その域を出ていない生徒がいる。当然、高等学校に進学しても同様な事態が起こっている可能性がある。したがって、小学校、中学校、高等学校の学校間の関連に配慮し、継続的、累積的な指導が行えるようにする必要がある。

例えば、小学校から数について学習してきたが、小学校の学習では、多くの場合数が量と結び付いている。そのため、生徒は数が正の数・負の数に拡張されても量に基づいて考えて処理しようとして混乱している場合がある。この場合、小学校で考えてきたことと対比して指導し、小学校で考えたことが、中学校での学習によりどのように位置付けられたのか

について明らかにすることが必要である。また、大小関係についても拡張されており、その関係を的確に表現するために、不等号 ($<$, $>$), 等号 ($=$) が必要であることについても強調したい。

方程式の利用においては、小学校で学習した逆算によって解決する方法と方程式を利用して解決する方法について対比させながら考えさせることも必要である。小学校において反比例の用語を用いて事象をとらえることを学習してきていないため、関数関係はすべて比例ととらえている生徒が増えている実態もあるので、比例と反比例を対比しながら指導することも必要である。

このように、中学校数学の内容は小学校算数の内容に支えられており、小学校算数の内容との関連と発展を把握するとともに、子どもたちの学習の実現状況を的確に把握することにより、中学校数学への円滑な接続ができるようにしたい。例えば、小学校と中学校の教師での授業交換をするなど指導の実体験を通して情報を交換する機会を意図的、計画的に設定するなどの工夫が考えられる。また、高等学校に進学した生徒で数学の勉強をできればやりたくないと思っている生徒が少なからずいる状況があるといわれる。中学校で数学を勉強したことにより、さらに発展した数学を勉強してみたいと思う生徒が増えるよう指導の改善することが求められている。中学校の学習では、将来の学習への発展のきっかけを見出せるようにするとともに、それに関心をもち意欲的に探究できるよう導きたい。高等学校の指導では、中学校までの学習で培われた素地を的確にとらえ、生徒の学習状況に応じて適切に対応できるよう工夫する必要がある。